

Kenmerk : TW2012/DWMP/046/ha

Vak : **Calculus I voor TI**

Vakcode : 191521010

Datum : 20 april 2012

Tijdstip : 08.45 – 11.45 uur

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**

**Alle berekeningen dienen exact uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. De functies  $f$  en  $g$  zijn gegeven door:  $f(x) = \ln(1 - x^2)$  en  $g(x) = \sqrt{x + 1}$ .
- (a) [1 pt] Bepaal het domein en het bereik van  $f$ .
- (b) [2 pt] Bepaal een formule voor:  $(g \circ f)^{-1}$ , in het geval dat  $x \geq 0$ .
- (c) [3 pt] Laat  $a \in \mathbb{R}$ . Toon m.b.v. de limiet-definitie van de afgeleide aan dat  $g'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a+1}}$ .

2. De functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is gegeven door:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 3x + 2} & \text{als } x < -2 \\ x^2 + ax + b & \text{als } -2 \leq x \leq 3 \\ (x - 3)^{x-3} & \text{als } x > 3. \end{cases}$$

Hierbij zijn  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- (a) [5 pt] Toon aan dat  $a = b = -2$  de enige waarden zijn voor  $a$  en  $b$  waarvoor  $f$  continu is op  $\mathbb{R}$ .
- (b) [3 pt] Neem  $a = b = -2$ . Bepaal de grootste en de kleinste waarde van  $f$  op  $[-3, 3]$ .
3. [3 pt]  
Bepaal het derdegraads Maclaurinpolynoom van  $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$ .

**Z.O.Z**

4. (a) [3 pt] Bepaal  $\int \frac{1 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$ .

(b) [3 pt] Bereken  $\int_0^1 x3^x dx$ .

(c) [3 pt] Bepaal  $\int \frac{2x^2 + 9x + 7}{(x - 3)(x^2 + 4)} dx$ .

5. Gegeven zijn de complexe getallen  $z = 1 - i\sqrt{3}$  en  $w = -1 + i$ .

(a) [2 pt] Bepaal de polaire vorm van  $z$  en  $w$ .

(b) [3 pt] Bereken  $\frac{z^3}{w^{10}}$  en  $e^z$ . Geef de antwoorden in de vorm  $a + bi$ .

6. [5 pt]

Bepaal de algemene reële oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'' + y = \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

**Totaal:**  $36 + 4 = 40$  punten