

Tentamen Kansrekening en Statistiek (153008) voor INF en TEL
donderdag 8 april 2010, 13.45 – 16.45 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Separaat zijn het formuleblad en tabellen toegevoegd.
Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

1. Iemand beweert: "Elkaar uitsluitende gebeurtenissen zijn nooit onafhankelijk".
Is dit waar? Waarom (niet)?
2. Een bedrijf levert een apparaat met garantie voor € 1000. Deze garantie houdt in dat de koper 100% van de aankoopprijs terugkrijgt als het apparaat binnen één jaar kapot gaat, 50% als het in het tweede jaar kapot gaat en 25% als het apparaat in het derde of vierde jaar kapot gaat.
Zij L de levensduur van het apparaat naar boven afgerond in jaren (bijv. $L = 2$ betekent dat het apparaat gedurende het tweede jaar kapot gaat).
Aangenomen wordt dat L een geometrische verdeling heeft en dat de kans dat het apparaat in het eerste jaar kapot gaat 10% is.
 - a. Bepaal $E(L)$ en $P(L > 4)$.Zij B het uitgekeerde bedrag aan een persoon, die het apparaat met garantie heeft gekocht.
 - b. Bereken $E(B)$.
3. De stochastische variabelen X en Y zijn onderling onafhankelijk en beide Poisson verdeeld met parameter $\mu = 2$.
 - a. Bereken $P(X+Y = 3)$
 - b. Bereken $P(X = 0 | X+Y = 3)$
 - c. Bepaal de kansverdeling van X , gegeven $X+Y = 3$.
 - d. Bereken $E(X | X+Y = 3)$
4. De stochastische variabelen X en Y hebben de simultane kansdichtheid f waarvoor geldt:
 $f(x, y) = x + y$, voor $0 \leq x \leq 1$ en $0 \leq y \leq 1$ en
 $f(x, y) = 0$, elders
(Wellicht ten overvloede is gegeven: de primitieve van x^n is $\frac{x^{n+1}}{n+1}$)
 - a. Laat zien dat de kansdichtheid van X is: $f_X(x) = \frac{1}{2} + x$ voor $0 \leq x \leq 1$
 - b. Bereken (m.b.v. a) $E(X)$ en $\text{var}(X)$
 - c. Bereken $E(XY)$
 - d. Laat met behulp van de voorgaande resultaten zien dat $\rho(X, Y) = -1/11$ en omschrijf de betekenis van deze waarde voor X en Y
 - e. Zijn X en Y onderling onafhankelijk? Waarom (niet)?

5. Een telecombedrijf wil onderzoeken wat het effect is van een mogelijke wijziging in hun tariefsysteem. Daartoe wordt onder een groep van n willekeurig gekozen personen (niet-klanten) bepaald hoeveel van deze n personen bij het nieuwe tariefsysteem klant zouden worden.
- Geef voor dit experiment een kansmodel en geef zonder afleiding een zuivere schatter van de fractie p van toekomstige klanten bij het nieuwe tariefsysteem.
 - Druk de verwachte kwadratische fout van deze schatter uit in n en p .

Bij uitvoering van de steekproef onder $n = 150$ personen bleken er 33 te zijn die klant wilden worden.

- Geef op grond van deze steekproef een (benaderd) 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de fractie p van klanten die met dit aanbod klant zouden worden.
6. Een grote semi-overheidsorganisatie is geprivatiseerd. Twee jaar na de daarmee gepaard gaande reorganisatie wil de ondernemingsraad een arbeidssatisfactie-onderzoek aan de bedrijfsleiding voorstellen om de tevredenheid van het personeel in kaart te brengen. De OR vermoedt dat de tevredenheid onder het personeel is afgenomen. De resultaten kunnen vergeleken worden met een zogenaamde nulmeting, een uitgebreid arbeidssatisfactie-onderzoek onder alle werknemers, een jaar voor de reorganisatie. Daar kwam een gemiddelde arbeidssatisfactie-score $\mu = 6.9$ uit naar voren. (De arbeidssatisfactiescore is een gemiddelde score van cijfers (1 t/m 10), waarmee personeelsleden hun tevredenheid op bepaalde aspecten van het werk kunnen waarderen.) Om een eerste indicatie van de tevredenheid te krijgen heeft de OR een quick-scan uitgevoerd door aan 12 willekeurig gekozen werknemers de vragen voor te leggen. Dit zijn de scores:

5.3	7.2	8.4	6.0	6.5	4.3	6.4	6.7	5.6	6.9	7.6	6.5
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Bepaal steekproefgemiddelde en steekproefstandaardafwijking.
- Toets met een onbetrouwbaarheid van 5% of uit de kleine enquête reeds geconcludeerd kan worden dat de gemiddelde tevredenheid onder de werknemers is verminderd.
Geef daarbij
 - de modelveronderstellingen,
 - de hypothesen,
 - de toetsingsgrootte en zijn verdeling,
 - De waargenomen waarde
 - het kritieke gebied (of overschrijdingskans)
 - de statistische en
 - de verwoorde conclusie.

Normering:

1	2	3			4			5			6		Totaal			
a	b	a	b	c	d	a	b	c	d	e	a	b	c	a	b	
2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	2	2	4	2	6	42

Tentamencijfer = $1 + 9 \times (\text{aantal punten})/42$

Eindcijfer = het gemiddelde van het tentamencijfer en de opdrachtcijfers, die hoger zijn dan het tentamencijfer. Elk opdrachtcijfer dat hoger is dan het tentamencijfer telt voor 5% mee.