Tentamen Lineaire Algebra (vakcode 191521650-2B)
Maandag, 25 juni 2012, 13.45-16.45

Motiveer al uw antwoorden.

1. Stel $A \in \mathbb{R}^{3\times 2}$. Verklaar waarom $Ax = b$ niet voor elke $b \in \mathbb{R}^3$ consistent kan zijn.

2. Stel
$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 7 \\ -5 & 9 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$
Zijn de kolommen van A lineair onafhankelijk?

3. Geef de definitie van "lineaire transformatie" en laat zien dat $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, gegeven door $f(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}) = x_1x_2$, geen lineaire transformatie is.

4. Welke matrix hoort bij de lineaire transformatie $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$, gedefinineerd door $f(x) = 5x$?

5. Laat $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ en $v = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$. Bereken u^Tv, v^Tu, uv^T en vu^T.

6. $A, B, C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ zijn inverteerbaar. Laat zien dat dan ook ABC inverteerbaar is.

7. Bepaal een basis voor kol(A) en Nul(A) voor
$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 & 3 & 9 \\ -2 & 2 & -2 & 7 & 5 \\ -5 & 9 & 3 & 3 & 4 \\ -2 & 6 & 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Laat
$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{bmatrix}.$$
Wanneer (voor welke waarden van a, b, c) is det$A = 0$?

9. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -4 & -6 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ heeft EW $\lambda_1 = 1$ en $\lambda_2 = -2$. Is A diagonaliseerbaar?

Puntenverdeling: Elke opgave 4 punten ($40 = 36 + 4$).