

Kenmerk : TW2013/DWMP/029/ha

Vak : **Calculus II voor TI**

Vakcode : 191521020

Datum : 7 november 2013

Tijdstip : 08.45-11.45 uur

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. (a) [2 pt] Toon aan dat: $1, \overline{414} = \frac{1413}{999}$. Hierbij is $1, \overline{414} = 1,414414414\dots$
- (b) [3 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{3^n + 5^n}$ convergent of divergent is.
- (c) [3 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n - \ln n}$ absoluut convergent, relatief convergent (*conditionally convergent*) of divergent is.
- 4 pt
2. (a) [3 pt] Bepaal het convergentie-interval van de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x - 4)^{n+1}}{n2^n}$.
- 3 pt
- (b) [3 pt] Bereken $\int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x^2} dx$ met een fout $< 10^{-3}$.
- 1
- Hint: gebruik de Taylorreeks $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ ($x \in \mathbb{R}$).
3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = \frac{2x}{x^2 - y + 1}$. Verder is gegeven het punt $P = (1, 4)$.
- (a) [3 pt] Maak een schets van het definitie-gebied van f , en teken in hetzelfde plaatje de niveaokrommen (*level curves*) $f(x, y) = c$, voor $c = -1$, $c = 0$ en $c = 1$. Geef duidelijk aan welke niveaokromme bij welke waarde van c hoort.
- 3 pt
- (b) [2 pt] Bereken $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} f(x, y)$, of toon aan dat deze limiet niet bestaat.
- (c) [3 pt] Bereken de richtingsafgeleide van f in P in de richting van de vector $(3, 4)$.
- 1 pt

Z.O.Z

- (d) [1 pt] *1 punt* Bepaal een vergelijking voor de raaklijn aan de niveaukromme $f(x, y) = f(P)$ in het punt P .
- (e) [1 pt] *1 punt* Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 4, -1)$.
- (f) [3 pt] *2 punt* Bereken met de kettingregel voor functies van twee variabelen $\frac{\partial f}{\partial t}(2, 0)$, indien $x(s, t) = e^{st}$ en $y(s, t) = s^2 \cos(t^2)$.

4. [4 pt] *4 punt* Bepaal de kritieke punten van de functie $f(x, y) = xy^2 - 6x^2 - 3y^2$, alsmede hun aard (locaal maximum, lokaal minimum, zadelpunt).

5. D is de driehoek met hoekpunten $(0, 1)$, $(0, 2)$ en $(2, 3)$.

- (a) [3 pt] *3 punt* Schrijf $I = \iint_D f(x, y) dA$ op twee manieren (twee integratie-volgorden) als herhaalde integralen.
- (b) [2 pt] *2 punt* Bereken I in het geval dat $f(x, y) = x$.

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten