TENTAMEN
Basismodellen in de Informatica

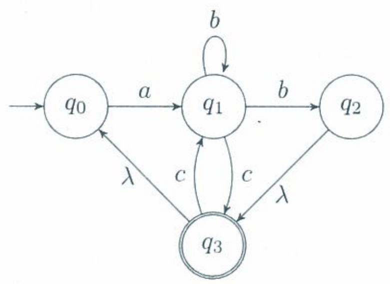
vakcode: 192111801
datum: 5 juli 2012
tijd: 13:45–17:15 uur

Algemeen

- Bij dit tentamen mag gebruik worden gemaakt van het boek van Sudkamp, van de handleiding van Basismodellen in de Informatica, en van de handouts van de colleges.
- Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, waarvoor in het totaal 100 punten behaald kunnen worden. Het minimale aantal punten per opgave bedraagt 0. Het cijfer is het aantal punten gedeeld door 10, afgerond tot een geheel getal.

Opgave 1 (16 punten)

Beschouw de volgende NFA-λ:



a. Geef voor *deze* NFA-λ een tabel met de λ-closure en de input-transitiefunctie voor iedere toestand.

b. Construeer een Deterministische Eindige Automaat (DFA) uit deze NFA-λ.

c. Minimaliseer de zo verkregen DFA. Toon in een tabel ($\mathcal{D}$) welke toestanden onderscheidbaar zijn.

Opgave 2 (20 punten)

We willen het gedrag van een eenzame fietser modelleren. We beschouwen daartoe de volgende acties: op- en afstappen (*op*, *af*). trappen en remmen (*trap*, *rem*) en sturen (*stuur*). Het gedrag wordt beschreven door twee eisen:

- Sturen kan alleen als de fietser is opgestapt: $E_1 = (op\ stuur^*\ af)^*$;
- Trappen en remmen wisselen elkaar af: $E_2 = (op\ (trap\ rem)^*\ af)^*$;

We willen het totaalgedrag van de fietser beschrijven als één reguliere expressie.

a. Beschrijf beide eisen met twee (mogelijk onvolledige) DFA's *Sturen* en *Rijden*, zodat $\mathcal{L}(Sturen) = \mathcal{L}(E_1)$ en $\mathcal{L}(Rijden) = \mathcal{L}(E_2)$.

b. Construeer de parallelle compositie $Fietsen = Sturen \mid\mid Rijden$ van beide automaten.

c. Construeer stapsgewijs een reguliere expressie E voor het resultaat, zodat $\mathcal{L}(E) = \mathcal{L}(Fietsen)$. Toon hierbij de tussenresultaten in de vorm van "expressie grafen".

d. Wat is het verband tussen de woorden in $\mathcal{L}(E)$ enerzijds en de woorden in $\mathcal{L}(E_1)$ anderzijds?

Opgave 3 (20 punten)

Beschouw de volgende taal:

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ heeft oneven lengte en het middelste symbool is } b.\}$$

a. Geef een contextvrije grammatica G, zodat $\mathcal{L}(G) = L$. Is uw grammatica ambigu?

b. Geef een stapelautomaat M zodat $\mathcal{L}(M) = L$. Kan het deterministisch?

c. Bewijs met behulp van de pompstelling dat L niet regulier is.

Opgave 4 (16 punten)

Beschouw de volgende grammatica G:

$$\begin{aligned} S &\to ASB \mid \lambda \\ A &\to a \mid B \\ B &\to bb \end{aligned}$$

a. Construeer op systematische wijze een grammatica G' in Chomsky Normaalvorm, zodat $\mathcal{L}(G') = \mathcal{L}(G)$; geef ook de grammatica's van tussenliggende stappen.

b. Gebruik het CYK-matrix algoritme om vast te stellen of $aabbbb$ in $\mathcal{L}(G)$ zit

c. Construeer uit deze matrix de ontleedboom voor $aabbbb$.

Opgave 5 (14 punten)

a. Ontwerp een multi-tape Turing Machine die de volgende taal *herkent*: $\{a^m b^{m^2} \mid m \geq 0\}$. U mag net zoveel tapes gebruiken als u wilt, en ook wildcards ($\sim$). Leg in het kort de werking van uw TM uit.

b. Is uw Turing Machine geschikt om dezelfde taal te *beslissen*? Motiveer uw antwoord.

Opgave 6 (14 punten)

Beschouw de volgende twee contextvrije talen over het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$:

- $L_1 = \{a^* b^i c^i \mid i \geq 0\}$ $S \Rightarrow AB$ $A \to aA \mid \lambda$ $B \Rightarrow bBc \mid \lambda$
- $L_2 = \{a^i b^i c^* \mid i \geq 0\}$

Zoals bekend is hun doorsnede niet contextvrij.

a. Laat zien dat $\overline{L_1}$ (het complement van L_1) geschreven kan worden als de vereniging van een contextvrije taal (L_3) en een reguliere taal (L_4). Dus $\overline{L_1} = L_3 \cup L_4$.

b. Geef nu een contextvrije taal L, zodat het complement $\overline{L}$ niet contextvrij is. Beargumenteer uw antwoord.