

Tentamen Lineaire Algebra INF (vakcode 1521650)
Maandag, 20 juni 2011, 13.45 - 16.45 uur

Motiveer al uw antwoorden. Rekenmachine is niet toegestaan.

1. Voor welke waarden van h, k is het stelsel

$$\begin{aligned}x_1 + hx_2 &= 2 \\ 4x_1 + 8x_2 &= k\end{aligned}$$

consistent/ uniek oplosbaar?

2. Voor welke $h \in \mathbb{R}$ zijn de kolommen van $M = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -1 & 7 & 1 \\ -3 & 8 & h \end{bmatrix}$ lineair afhankelijk?

3. Wanneer noem je een transformatie $T: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ lineair? Stel L is een lijn in de \mathbb{R}^m , gegeven door steunvector $s \in \mathbb{R}^m$ en richtingsvector $r \in \mathbb{R}^m$. Wat valt te zeggen over het beeld $T(L)$ onder een lineaire transformatie T ?

(Is het altijd weer een lijn? Wat zouden de bijhorende steun- en richtingsvectoren moeten zijn? Motiveer uw antwoord.)

4. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ wordt gedefinieerd door $T(x) = 5x$. Bepaal de standaardmatrix van T .

5. Bepaal een basis voor $\text{kol}(A)$ en $\text{Nul}(A)$ voor

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 & 3 & 9 \\ -2 & 2 & -2 & 7 & 5 \\ -5 & 9 & 3 & 3 & 4 \\ -2 & 6 & 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Waar of onwaar: Voor een singuliere (=niet inverteerbare) $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is er altijd een matrix $B \neq 0, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ met $AB = 0$.

7. Bereken de determinante van

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 7 & 2 & -5 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

8. Laat zien dat $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ en A^T hetzelfde karakteristieke polynoom hebben.

9. Is $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ diagonaliseerbaar?

Puntenverdeling: 4 punten per opgave (36+4=40)