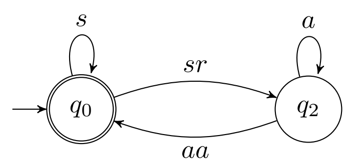
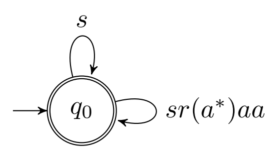
Antwoorden Languages & Machines (Oefening 1)

1. (a) Elimineer eerst q_1 en q_3 (ik doe het tegelijk, het is onafhankelijk)



Nu q_2 elimineren:

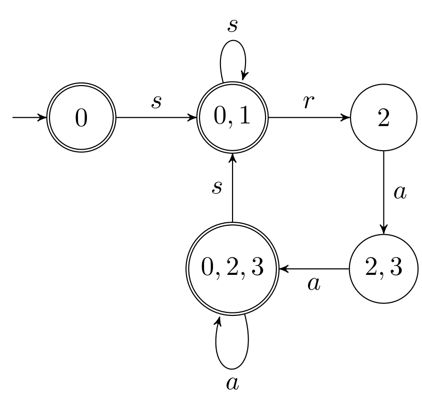


Nu kun je de reguliere expressie aflezen: $(s \cup sra^*aa)^*$.

(b)

	λ	a	s	r
0	$\{0\}$	$\emptyset$	$\{0,1\}$	$\emptyset$
1	$\{0,1\}$	$\emptyset$	$\{0,1\}$	$\{2\}$
2	$\{2\}$	$\{2,3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
3	$\{2,3\}$	$\{0,2,3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

(c) De subset constructie levert de volgende onvolledige DFA op (we laten transities naar $\emptyset$ weg):



2. (a) Regulier, L_1 bevat precies alle drievouden van a's. Dit kun je met een reguliere expressie definiëren: $L_1 = \mathcal{L}\Big((aaa)^*\Big)$.

   (b) Niet-regulier, bewijs met de pompstelling: Laat $k > 0$ willekeurig gegeven zijn, kies $z = a^k ba^{2k}$, dan $|z| \geq k$ en $z \in L_2$. Laat u, v, w willekeurig gegeven zijn, zodanig dat $z = uvw$, $|uv| \leq k$ en $|v| > 0$. Dan moet $u = a^m$, $v = a^n$ en $w = a^{k-m-n}ba^{2k}$ zijn voor zekere $m \geq 0$ en $n > 0$. Kies $i = 2$, dan $uv^iw = a^{k+n}ba^{2k} \notin L_2$, omdat $n \neq 0$. We hebben laten zien dat $\forall k > 0 : \exists z : |z| \geq k \wedge z \in L_2 \wedge \forall u, v, w : |uv| \leq k \wedge |v| > 0 \wedge z = uvw \rightarrow \exists i : uv^iw \notin L_2$. Dus L_2 is niet regulier ("contrapositie" van de pompstelling).

   (c) $L_3 = L_{3a} \cap \overline{L_{3b}}$, (ofwel: $L_{3a} - L_{3b}$) met

$$L_{3a} = \mathcal{L}\Big((b+c)^*.(a(b+c+\lambda)^4)^*.(b+c)^*\Big)$$

$$L_{3b} = \mathcal{L}\Big((a+b+c)^*.(abcba).(a+b+c)^*\Big),$$

   die dus beide regulier zijn. Reguliere talen zijn gesloten onder complement en doorsnede (ofwel: verschil) en dus is L_3 ook regulier.

   (d) Stel dat $L_4 \cup L_5$ regulier is. Iedere eindige taal is regulier; L_5 is eindig, dus is ook $L_5 - L_4$ eindig, en dus ook regulier. Reguliere talen zijn gesloten onder verschil (doorsnede en complement), dus dan is ook $L_4 = (L_4 \cup L_5) - (L_5 - L_4)$ regulier. Dit is een tegenspraak met het gegeven dat L_4 niet regulier is. Dus $L_4 \cup L_5$ is ook niet regulier.