

Kenmerk : TW2009/DWMP/74/ha

Vak : **Calculus II voor INF/TEL**

Vakcode : 152102

Datum : 26 januari 2009

Tijdstip : 9.00-12.00 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

Gebruik van een rekenmachine is toegestaan (ter controle), maar de gevraagde berekeningen dienen exact te worden uitgevoerd, tenzij expliciet om een (decimale) benadering wordt gevraagd.

1. (a) [2 pt] Toon met behulp van de Integraaltest aan (controleer de voorwaarden!) dat de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ convergent is.
 - (b) [2 pt] Laat $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$. Bepaal k zo dat: $s - \sum_{n=1}^k \frac{1}{n\sqrt{n}} < 10^{-2}$.
 - (c) [2 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{e^{n-1}}$ convergent of divergent is, en bepaal in geval van convergentie de som van de reeks.
 - (d) [2 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 1} + 2n}{\sqrt{n^7 + n^2 + 1}}$ convergent of divergent is.
-
2. (a) [4 pt] Bepaal het convergentie-interval van de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n}} (x + 3)^n$.
 - (b) [2 pt] Geef een machtreeksrepresentatie van de onbepaalde integraal $\int x^2 e^{-x^2} dx$.
Hint: gebruik de Taylorreeks van e^x : $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Z.O.Z

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x, y) = \frac{2y}{x + y^2}$.
- (a) [1 pt] Maak een duidelijke schets van het definitiegebied (*domain*) van f .
 - (b) [2 pt] Teken in één plaatje de niveaokrommen (*level curves*) $f(x, y) = c$, voor $c = -1$, $c = 0$ en $c = 1$.
 - (c) [2 pt] Bepaal de partiële afgeleiden van f .
 - (d) [2 pt] Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(-3, 1, -1)$.
 - (e) [2 pt] Bepaal een eenheidsvector \mathbf{u} waarvoor de richtingsafgeleide $D_{\mathbf{u}}f(-3, 1)$ maximaal is en bepaal voor deze \mathbf{u} de waarde van $D_{\mathbf{u}}f(-3, 1)$.
 - (f) [2 pt] Er bestaat een verband tussen de vector \mathbf{u} uit onderdeel (e) en één van de niveaokrommen uit onderdeel (b). Welke niveaokromme is dit en wat is het verband?
 - (g) [2 pt] Bepaal met behulp van de kettingregel voor functies van twee variabelen $\frac{df}{dt}(1)$ als: $x(t) = \ln t$ en $y(t) = \sqrt{t}$.
4. [5 pt]
Bepaal de grootste en de kleinste waarde van de functie $f(x, y, z) = 8x - 4z$ onder de nevenvoorwaarde $x^2 + 10y^2 + z^2 = 5$.
5. Gegeven is de tweevoudige integraal $I = \iint_D y \, dA$, waarbij D de driehoek is in \mathbb{R}^2 met hoekpunten $(1, 0)$, $(-4, -3)$ en $(2, -3)$.
- (a) [1 pt] Maak een duidelijke schets van het integratiegebied.
 - (b) [3 pt] Bereken I .

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten