Universiteit Twente
Afdeling Informatica
6 december 2010

Kwartiel 2010/2
1^e huiswerkserie

Algoritmen, Datastructuren en Complexiteit (192140200)

De **deadline** voor het inleveren van deze huiswerkserie is woensdag 22 december. U levert het werk in in het postvak van uw werkcollegedocent. Bij de opgaven waar om een algoritme wordt gevraagd, geeft u de pseudo-code van uw oplossing en een beknopte maar duidelijke uitleg van de werking. Plagiaat zal streng worden bestraft.

Deze opgave zal worden beoordeeld met twee minnen, een min, een voldoende, of een plus. Deze huiswerkserie kan maximaal beloond worden met 0.3 punt extra bij het tentamencijfer, onder de voorwaarden die bij de spelregels worden uitgelegd. Veel succes!

1. Beschouw het volgende sorteeralgoritme dat van een rij A van integers het segment $A[i, \ldots, j]$ sorteert waarbij $1 \leqslant i \leqslant j$:

```
void sort (int [] A, int i, j) {
  if (A[i] > A[j]) swap (A[i], A[j]); // wissel A[i] en A[j] om
  if (i+1 >= j) return;
  int k = floor ((j-i+1) / 3); // floor = naar beneden afronden
  sort (A, i, j-k);
  sort (A, i+k, j);
  sort (A, i, j-k);
}
```

   Gevraagd:

   (a) Bepaal de asymptotische ordegrootte van de worst-case tijdscomplexiteit van *sort* om $n > 0$ getallen te sorteren. Neem als basisoperatie een vergelijking tussen elementen in A.

   (b) Onder welke omstandigheden zou u *sort* prefereren als sorteeralgoritme boven quicksort, insertion sort, mergesort en heapsort?

2. Geef voor de volgende paren functies zo precies mogelijk weer wat hun relatie is v.w.b. hun asymptotische orde (bv. $f \in O(g)$ etc.).

   (a) $log\ n^2$, $\sqrt{n}$

(b) n^k, e^n (hint: herhaaldelijk L'Hopital toepassen)

(c) ${}^3log\ n$, ${}^2log\ n$

3. Vind de asymptotische orde van de oplossingen van de volgende twee recurrente betrekkingen:

   (a) $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 2 \cdot log\ n$, $T(1) = 1$

   (b) $T(n) = 2 \cdot T(\frac{n}{4}) + 8$, $T(n) = 0$ voor $n < 4$

4. Geef een algoritme die voor een postorder gesorteerde binaire boom met positieve elementen bepaalt of deze een paar elementen bevat die 1 verschillen.

5. (a) Stel je verandert in een heap E een willekeurig element (stel, met index i). Geef een algoritme *ExtHeapify(E,i)* die er voor zorgt dat de heapeigenschap zonodig hersteld wordt.

   (b) Geef een algoritme die een element met index i uit een heap verwijdert, en ervoor zorgt dat het resultaat weer een heap is (hint: gebruik *ExtHeapify*).

6. Neem de totaal gebalanceerde BST met de elementen $10, 20, \ldots, 70$. Laat zien hoe deze BST met rotaties tot een lijst getransformeerd kan worden.

7. Geef van de volgende beweringen aan of ze waar of onwaar zijn, en motiveer je antwoord.

   (a) Beschouw de recurrente betrekking $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 2 \cdot log\ n$, $T(1) = 1$. Volgens Masters theorema geldt $T(n) \in \Theta(log\ n)$.

   (b) Stel je gebruikt voor open adressering een hastabel met 400 locaties. Stel dat de kans, dat een item op een locatie wordt afgebeeld, voor alle items en alle locaties even groot is. De kans dat het vijfde toegevoegde item to een hashcollision leidt is 0,01.

   (c) Het kleinste element van een maxheap bevindt zich altijd in een blad.