

Kenmerk : TW2011/DWMP/007/ha

Vak : **Calculus I voor TI**

Vakcode : 191521010

Datum : 15 april 2011

Tijdstip : 08.45 – 11.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

Alle berekeningen dienen exact uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

(a) [2 pt] Toon aan dat f een oneven functie is.

(b) [3 pt] Bepaal de inverse van f en haar domein.

2. De functie $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} & \text{als } 0 < x < 1 \\ x^2 + bx + 1 & \text{als } x \geq 1. \end{cases}$

Hierbij is $b \in \mathbb{R}$.

(a) [3 pt] Toon aan dat $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{1}{2}$.

(b) [2 pt] Bepaal met behulp van de (limiet-)definitie van continuïteit de waarde(n) van b zo dat f continu is.

(c) [2 pt] Neem $b = 1$. Toon, met behulp van de (limiet-)definitie van de afgeleide, aan dat f differentieerbaar is in $x = 2$.

3. De functie f is gegeven door: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$.

(a) [2 pt] Toon met behulp van de Middelwaardstelling (*Mean Value Theorem*) aan dat er een $c \in (0, 3)$ bestaat waarvoor $f'(c) = -\frac{1}{6}$.

(b) [2 pt] Bepaal het tweedegraads Taylorpolynoom T_2 van f rond $a = 1$.

(c) [2 pt] Geef met behulp van de ongelijkheid van Taylor een afschatting van de maximale fout $|f(x) - T_2(x)|$, als $x \in [0, 2]$.

Z.O.Z

4. (a) [3 pt] Bereken: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, dx$.
- (b) [4 pt] Bepaal: $\int \frac{x^3 - 3x^2 - x + 4}{x^2 - 2x - 3} \, dx$.
- (c) [2 pt] Onderzoek of de integraal $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$ convergent of divergent is.

5. Gegeven is het complexe getal $w = -2 - 2i\sqrt{3}$.

(a) [1 pt] Bepaal de polaire vorm van w .

(b) [3 pt] Bepaal alle complexe getallen z waarvoor geldt: $z^2 = w$.
Geef de antwoorden in de vorm $a + bi$.

6. [5 pt]

Bepaal de algemene reële oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' + 8y' + 25y = 34xe^x.$$

Totaal: 36 + 4 = 40 punten