

Tentamen Deterministische Modellen in de OR (191580751 & 191580752)

Woensdag, 27 juni 2012, 8:45 – 11:45 h

- Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie!
- Gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
- In totaal zijn er 45 punten + 5 bonus punten te halen.

1. Gegeven is het volgende LP:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 + x_2 \\ \text{subject to} & -x_1 + x_2 \leq 1, \\ & x_1 \leq 3, \\ & x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

- (a) (1 punt) Teken het toegelaten gebied van het LP.
- (b) (1 punt) Breng het LP op standaardvorm.
- (c) (6 punten) Los het LP met de simplex methode op.
- (d) (2 punten) Stel dat de doelfunctie van het LP door $x_1 + ax_2$ wordt vervangen voor een reëel getal a . Voor welke waarden voor a blijft de basis optimaal? Als de basis optimaal blijft, wat is dan de waarde van de doelfunctie van de optimale oplossing?

Tip: Je mag de tekening uit deel (a) ervoor gebruiken.

2. (a) (4 punten) Bepaal het duale LP van het LP uit Opgave 1.
- (b) (2 punten) Geef een optimale oplossing voor het duale LP aan. (Hiervoor hoeft de simplex methode niet te gebruiken. Je mag wel je resultaten uit Opgave 1 gebruiken.)
3. (5 punten) Voer de Hongaarse methode uit om een *minimum-weight perfect matching* voor de volgende bipartiete graaf te vinden: De punten van de graaf zijn $\{A, B, C\} \cup \{a, b, c\}$. De kosten van een lijn zijn in de volgende tabel gegeven.

	a	b	c
A	1	3	5
B	5	6	7
C	3	6	9

4. Een bedrijf verkoopt vier types producten. De benodigde resources om een eenheid van een product te produceren en de verkoopprijs zijn in de volgende tabel gegeven.

resource	prod. 1	prod. 2	prod. 3	prod. 4
materiaal	2	3	4	7
werkuren	3	4	5	6
verkoopprijs (€)	4	6	7	8

Het bedrijf heeft 4500 eenheden materiaal en 4800 werkuren ter beschikking. In totaal is er vraag naar 950 eenheden van de producten, waarbij tenminste 400 eenheden van product 4 moeten zijn. Het doel is aan de vraag te voldoen met maximale opbrengst.

Het bijhorende LP in Lindo:

```

max 4X1 + 6X2 + 7X3 + 8X4
subject to
2) X1 + X2 + X3 + X4 = 950
3) X4 >= 400
4) 2X1 + 3X2 + 4X3 + 7X4 <= 4500
5) 3X1 + 4X2 + 5X3 + 6X4 <= 4800

```

De output:

```

Global optimal solution found at iteration: 0
Objective value: 6550.000

```

Variable	Value	Reduced Cost
X1	0.000000	1.000000
X2	500.0000	0.000000
X3	50.00000	0.000000
X4	400.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	6550.000	1.000000
2	0.000000	3.000000
3	0.000000	-2.000000
4	0.000000	1.000000
5	150.0000	0.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	Objective Coefficient Ranges		
	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	4.000000	1.000000	INFINITY
X2	6.000000	0.6666667	0.5000000

X3	7.000000	1.000000	0.5000000
X4	8.000000	2.000000	INFINITY

Row	Righthand Side Ranges		
	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	950.0000	16.66667	125.0000
3	400.0000	12.50000	75.00000
4	4500.000	150.0000	50.00000
5	4800.000	INFINITY	150.0000

- (a) (1 punt) Hoe ziet de optimale productie eruit en hoe groot is de bijhorende opbrengst?
- (b) (1 punt) Voor welke verkoopprijs van product 3 blijft de oplossing uit (a) optimaal?
- (c) (1 punt) Voor welk aantal ter beschikking staande werkuren blijft de onder (a) gevonden basis optimaal?
- (d) (2 punt) Stel de verkoopprijs van product 3 gaat met 0,50€ ~~omlaag~~ omhoog en de verkoopprijs van product 4 met 1€ omhoog. Blijft de oplossing uit (a) optimaal?
- (e) (1 punt) Wat is de schaduwprijs van een eenheid materiaal?

5. Gegeven is een project met zes activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn:

activiteit	predecessors	tijd
A	—	1
B	—	3
C	A	4
D	A,B	9
E	D	6
F	C, E	2

- (a) (2 punten) Geef het bijbehorende AoA netwerk.
- (b) (3 punten) Bepaal een kritieke pad van het netwerk en de totale float and free float voor iedere activiteit.

6. (5 punten)

Een bedrijf produceert auto's en fietsen. Het bedrijf heeft 10.000 werkuren ter beschikking. Een auto kost 450 werkuren, een fiets kost 86 werkuren. Het bedrijf maakt een winst van 1.200 € per auto en een winst van 98 € per fiets.

Om de kosten in de gaten te houden wil het bedrijf of 0 auto's of tenminste 20 auto's produceren. De aantal fietsen is niet beperkt.

Het doel van het bedrijf is om maximale winst te maken.

Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en van de doelfunctie.

7. Welke van de vier volgende beweringen zijn waar en welke onwaar? Motiveer de antwoorden.

- (a) (2 punten) Stel dat een LP twee verschillende optimale toegelaten basisoplossingen (TBO) heeft. Dan heeft dit LP oneindig veel optimale oplossingen.
- (b) (2 punten) Stel dat een LP toegelaten basisoplossing (TBO) heeft. Dan heeft dit LP ook een optimale TBO.
- (c) (2 punten) Stel dat een LP een optimale oplossing heeft. Dan heeft ook het duale LP van dit LP een optimale oplossing.
- (d) (2 punten) Stel dat een LP een optimale oplossing heeft. Dan heeft dit LP ook een optimale toegelaten basisoplossing (TBO).