

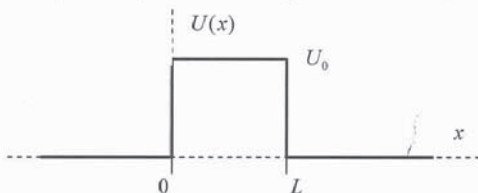
TENTAMEN

Vak : Quantumverschijnselen (191410010)
 Datum : 26 juni 2013
 Tijd : 13.45 - 16.45 uur

- Dit tentamen bestaat uit 3 opgaven. Het boek "Elementary Modern Physics" van Tipler & Mosca mag gebruikt worden. Tevens mag je een rekenmachine gebruiken.
- Antwoord kort en bondig.
- Bij iedere opgave staat vermeld hoeveel punten het oplevert; het totaal is 100.

Opgave 1 (45 punten: a/b/c/d/e/f = 10/5/10/5/5/10 punten)

Bekijk een deeltje voor een potentiaal-barrière met hoogte U_0 en breedte L (zie figuur). Het deeltje heeft een energie die lager is dan de hoogte van de barrière, i.e. $E < U_0$.



- (a) Laat zien dat de volgende golfvuncties oplossingen zijn van de tijdsafhankelijke Schrödingervergelijking voor de verschillende intervallen op de x -as: $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ voor $x < 0$; $\psi(x) = Ce^{iqx} + De^{-iqx}$ voor $0 < x < L$, waarbij q imaginair is en $\psi(x) = Fe^{ikx} + Ge^{-ikx}$ voor $x > L$. Geef uitdrukkingen voor de constanten k en q .
- (b) De functie $\psi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$ is een oplossing van de tijdsafhankelijke Schrödingervergelijking. Leg uit dat dit betekent dat de term $Ae^{ikx}e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = Ae^{i(kx - \omega t)}$ met $E = \hbar\omega$ een vlakke golf representeert die propageert van links naar rechts.
- (c) We nemen nu aan dat we een inkomende golf van links hebben met $A = 1$ en dat we geen inkomende golf van rechts hebben, i.e. $G = 0$. Geef de randvoorwaarden voor dit probleem. Geef het stelsel vergelijkingen waaruit we de constanten B , C , D , en F kunnen bepalen. [Je hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.]
- (d) Maak een schets van $\psi(x)$ voor dit geval (het reële deel van de golfvunctie volstaat). Besteed aandacht aan de amplitude en de golflengte van de golf op alle intervallen.
- (e) Wanneer het deeltje een energie heeft $E = U_0 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ blijkt de transmissie van de golf volledig te zijn, i.e. $B = 0$ en $F = 1$. Geef een fysische verklaring voor dit effect. [Hint: bedenken welke golflengte er in het gebied van de barrière bij deze energie hoort.]

- (f) Tunneling wordt soms uitgelegd aan de hand van de onzekerheidsrelaties van Heisenberg. Tunneling zou dan mogelijk zijn door een onzekerheid in de positie x . Geef een uitdrukking voor de minimale onzekerheid in de golfvector k in het geval dat $\Delta x = L$.

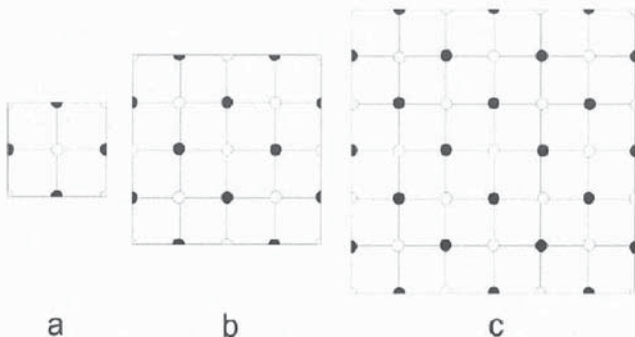
Opgave 2 (15 punten)

In dit vak zijn posters gepresenteerd over onderwerpen uit de moderne natuurkunde die relateren aan de quantummechanica. Bespreek van 2 van deze onderwerpen wat de essentie is van het onderwerp en hoe quantummechanica hierbij een rol speelt (ca. 5-6 regels per topic). Hierbij mag je niet kiezen voor het onderwerp waar je zelf een poster over hebt gepresenteerd.

Opgave 3 (40 punten: a/b/c/d 5/20/10/5)

Op een oppervlak wordt een mono-atomaire A^+B^- zoutlaag gegroeid. De zoutlaag heeft een dikte van precies één monolaag en de structuur is een simpel vierkantsrooster (de eenheidscel is een vierkant met ribbe $a=0.50$ nm). Ieder A^+ (B^-) ion is omringd door 4 naaste naburen van het type B^- (A^+). De ionisatie energie van atoom A is 4.7 eV, terwijl de elektron affiniteit van atoom B 2.9 eV is. De ionenstralen van ion A^+ en ion B^- zijn respectievelijk 0.24 nm en 0.26 nm.

- a) Geef een uitdrukking voor de elektrostatistische (Coulomb) energie (per ion) van dit 2-dimensionale zoutrooster (hint: sommeer over alle ionen in het 2D rooster). NB het is voldoende om een uitdrukking te geven, u hoeft de energie nu nog niet uit te rekenen! Dat mag u bij onderdeel b) doen.



Het blijkt nog niet zo eenvoudig om de elektrostatistische energie van een zoutrooster te berekenen. In 3 dimensies sommeren over een bolschil, die je vervolgens opblaast, blijkt niet tot een convergerend resultaat te leiden, terwijl sommeren over een kubus wel netjes blijkt te convergeren (sferische kristallen blijken in de praktijk ook niet voor te komen). In deze opgave beschouwen het 2-dimensionale geval.

- b) Bereken de elektrostatistische energie van het ion in het centrum van het vierkantje voor de roosters a , b en c in eenheden $-ke^2/a$ ($k=1/(4\pi\epsilon_0)$). Het getal dat u heeft berekend is van de orde 1 en wordt de Madelung constante genoemd. De open en gevulde cirkeltjes staan respectievelijk voor de A^+ en B^- ionen. De ionen aan de rand van de

vierkante cel tellen slechts voor de helft mee en de ionen op de hoekpunten voor een kwart (waarom wordt dat eigenlijk gedaan?).

- c) Bereken de energie (per atoom) die nodig is om dit zoutrooster te formeren. U mag voor de Madelung constante de waarde 1.6155 nemen (dus niet de waarde die u onder b) heeft berekend!).
- d) De dissociatie energie blijkt 2.5 eV (per atoom) te zijn. Bereken de Pauli repulsie energie.

