

Vak : **Discrete Wiskunde voor Technische Informatica**
Datum : 7 November 2014
Tijd : 08.45-10.30 uur

Motiveer al uw antwoorden.
Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.
Een formuleblad is bijgevoegd.

In deze toets: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

- Laat A en B verzamelingen zijn en $f : A \rightarrow B$ een functie.
Geef gekwantificeerde uitdrukkingen voor de volgende beweringen.
 - [3 pt] f is injectief.
 - [3 pt] f is surjectief.
- [6 pt]
Bewijs de geldigheid van het volgende argument met behulp van de "Laws of Logic" en de "Rules of Inference".

$$\frac{(p \rightarrow q) \rightarrow r}{p \rightarrow (q \vee s)} \\ \therefore r \vee s$$

- Laat A , B en C verzamelingen zijn in een universum \mathcal{U} .
 - [4 pt] Bewijs dat: $(A \Delta B) \cap (B \Delta C) \subseteq A \Delta (B \cap C)$.
 - [2 pt] Toon met een tegenvoorbeeld aan dat de omgekeerde inclusie van onderdeel (a) niet noodzakelijk waar is.
- [6 pt]
Bewijs met volledige inductie dat voor alle $n \in \mathbb{N}$, $2^{3n+1} - 2$ deelbaar is door 7.
- Laat A , B en C verzamelingen zijn en $f : A \rightarrow B$ en $g : B \rightarrow C$ functies zo dat $g \circ f$ injectief is.
 - [4 pt] Bewijs dat f injectief is.
 - [2 pt] Toon met een tegenvoorbeeld aan dat g niet noodzakelijk injectief is.
- Laat $A = \{2, 3, 8, 12, 18, 24, 36, 72\}$, $B = \{18, 24, 36\}$ en laat R de relatie op A zijn gegeven door: xRy dan en slechts dan als y deelbaar is door x .
 - [3 pt] Toon aan dat (A, R) een poset is.
 - [3 pt] Construeer een Hasse diagram voor (A, R) en bepaal de kleinste bovengrens en grootste ondergrens van B , als deze bestaan. Is (A, R) een tralie?

Totaal: 36 punten