

**Tentamen Kansrekening en Statistiek voor INF (153008),
Donderdag 24 april 2003, 9.00-12.00 uur**

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven, 3 tabellen en een formuleblad. Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

1.
 - a. Uit een spel kaarten (bestaande uit 52 kaarten, gelijkelijk verdeeld over de “kleuren” harten, ruiten, klaveren en schoppen worden er willekeurig en zonder terugleggen vier getrokken. Bereken (in 4 decimalen nauwkeurig) de kans dat men slechts kaarten van één kleur trekt.
 - b. De stochastische variabelen X en Y zijn onderling onafhankelijk en $N(10,9)$ - resp. $N(4,4)$ -verdeeld. Geef de kansverdeling van $2X - Y$.
 - c. Leg uit waarom de verwachtingswaarde μ beter geschat wordt op grond van een steekproef van uitgebreidheid 100 dan met slechts 10 waarnemingen. Geef de gebruikelijke schatter van μ en toon aan dat de ene schatter beter is dan de andere.

2. In de regio A staat 10% van de fietsen niet op slot. Verder is gegeven dat van de fietsen die niet op slot staan jaarlijks 15% gestolen wordt, terwijl de kans op diefstal van een op slot staande fiets 5% bedraagt.
 - a. Hoe groot is de kans dat een willekeurige fiets in regio A gestolen wordt? Definieer eerst gebeurtenissen en (voorwaardelijke) kansen.

Men kan bij de verzekeringsmaatschappij No-Risk een verzekering afsluiten tegen diefstal van een fiets. In de kleine lettertjes staat echter dat alleen tot uitbetaling wordt overgegaan als de fiets op slot stond.

- b. In hoeveel procent van de gevallen hoeft No-Risk een in A gestolen (verzekerde) fiets niet te betalen omdat de fiets niet op slot stond? Neem daarbij aan dat het percentage verzekerde personen, dat de fiets niet op slot zet, niet afwijkt van het betreffende percentage bij onverzekerde personen.

Stel dat bij No-Risk in de regio A 10.000 fietsen zijn verzekerd tegen diefstal. Iedere gestolen maar toch op slot staande fiets die bij No-Risk verzekerd is, leidt voor No-Risk tot een uitbetaling van 400 €. U mag er gemakshalve van uitgaan, dat iedere verzekerde fiets ten hoogste éénmaal per jaar gestolen wordt.

- c. Wat is de kansverdeling van het aantal uitbetalingen X van 400 € door No-Risk per jaar?
- d. Bepaal de verwachte winst per jaar van No-Risk op fietsverzekeringen als verder nog gegeven is:
 - dat de jaarpremie per fiets 40 € bedraagt en
 - dat de vaste kosten van de afdeling “fietsverzekeringen” 150.000 € per jaar zijn.

3. Indien een klant een bepaald systeem op een willekeurig moment binnenkomt, is zijn wachttijd X en na de wachttijd volgt een bediening die een duur Y heeft. X en Y zijn onderling onafhankelijk en zijn beide exponentieel verdeeld met verwachtingswaarde 4 respectievelijk 1.
 $Z = X + Y$ is de verblijfstijd van de klant in het systeem.
- Bereken $P(X > E(X))$.
 - Bereken de correlatiecoëfficiënt $\rho(X, X+Y)$: wat zegt deze waarde over het verband tussen wachttijd en verblijfstijd?
 - Leid m.b.v. de convolutie-integraal de kansdichtheid van $X + Y$ af.
4. In een artikel met titel “Meer suïcide na vergroten van borsten” in de Volkskrant van 8 maart 2003 wordt melding gemaakt van een grotere kans op overlijden voor vrouwen die om puur cosmetische redenen hun borsten hebben laten vergroten. In een onderzoek onder 3500 van deze vrouwen bleek dat 85 van hen na verloop van tijd waren overleden. Statistisch hadden dat er 59 moeten zijn.
- Bepaal op grond van de gegevens van het onderzoek eerst een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de fractie p van vrouwen die overlijden na borstvergroting (binnen een overeenkomstige periode). Is hiermee naar uw oordeel de grotere kans op overlijden voor deze groep vrouwen overtuigend aangetoond? Motiveer uw antwoord kort en duidelijk.
- Uit een nadere analyse van de doodsoorzaak bleek dat van de 85 overleden vrouwen er 14 door suïcide waren overleden, terwijl 5 suïcide-gevallen voor een vergelijkbare groep vrouwen te verwachten waren. Volgens de onderzoeker “is dit verschil zo groot dat toeval onwaarschijnlijk is”.
- Benader m.b.v. de Poissonverdeling de (overschrijdings)kans dat onder 3500 vrouwen er 14 of meer suïcidegevallen zijn, terwijl er slechts 5 te verwachten zijn. Leg uit waarom de Poisson verdeling voor benadering kan worden gebruikt (en niet de normale verdeling).

5. Een overheidspublicatie stelt dat de winstgevendheid van een zekere bedrijfstak zich in het afgelopen jaar hersteld heeft. Laat X de winst van een willekeurig bedrijf uit deze bedrijfstak zijn als percentage van het eigen vermogen. Volgens de overheidspublicatie kan X goed gemodelleerd worden als een normaal verdeelde stochastische variabele met verwachting 2.00. Een student denkt dat de overheid een te gunstige voorstelling van zaken geeft en trekt ter controle een aselechte steekproef van 25 jaarverslagen van bedrijven uit die bedrijfstak. Uit zijn steekproef berekent de student een steekproefgemiddelde van 1.90 en een steekproefstandaardafwijking van 0.18. De student wenst nu na te gaan of de opgegeven waarde 2.00 juist is. Daarbij wil hij een kans van ten hoogste 5% lopen dat hij de overheid ten onrechte van een onjuiste publicatie beticht. Pas een geschikte toets toe om dit probleem op te lossen. Geef daartoe stapsgewijs kansmodel, hypothesen, toetsingsgrootheid en verdeling, kritische waarde(n) en conclusies.

Normering:

1			2				3			4		5	Totaal
a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	a	b		
3	2	2	2	2	1	2	3	2	3	3	2	6	33

Bijlagen:

- formuleblad
- $N(0,1)$ -tabel
- t-tabel
- Poisson tabel.