

Kenmerk : TW2009/DWMP/77/ha

Vak : **Calculus I voor INF/TEL**

Vakcode : 152101

Datum : 26 januari 2009

Tijdstip : 13.30-16.30 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

Alle berekeningen dienen exact uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. Bereken de volgende limieten indien ze bestaan:

(a) [2 pt] $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 2^x}{x(1 - \sqrt{x})}$

(b) [2 pt] $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$.

2. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & \text{als } x < 0 \\ 0 & \text{als } x = 0 \\ x \ln(1 + 2x) & \text{als } x > 0. \end{cases}$$

(a) [3 pt] Toon aan dat f continu is in $x = 0$.

(b) [2 pt] Bepaal $f'(x)$, voor $x \neq 0$.

(c) [3 pt] Onderzoek met behulp van de (limiet-)definitie van de afgeleide of $f'(0)$ bestaat.

3. [3 pt]

Bepaal het derdegraads Taylorpolynoom van $f(x) = \tan x$ rond $x = 0$.

4. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x) = 4x^3 - 9x^2 - 12x + 3$.

(a) [2 pt] Toon aan dat f een nulpunt heeft op het interval $(-1, 1)$.

(b) [2 pt] Bepaal de grootste en de kleinste waarde van f op het interval $[-1, 1]$.

Z.O.Z

5. (a) [2 pt] De functie f is gegeven door: $f(t) = \int_1^{t^2} \frac{e^u}{u} du$.
Bepaal $f'(2)$.
- (b) [4 pt] Bereken $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$ m.b.v. de substitutie $u = \sqrt{x}$.
- (c) [2 pt] Onderzoek of de integraal $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$ convergent of divergent is.
6. Gegeven zijn de complexe getallen $z = 1 - i\sqrt{3}$ en $w = -1 + i$.
- (a) [2 pt] Bepaal de polaire vorm van z en w .
- (b) [3 pt] Bereken $\frac{z^3}{w^{10}}$ en e^z . Geef de antwoorden in de vorm $a + bi$.
7. [4 pt]
Bepaal de algemene reële oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - 4y' - 5y = 2e^{-x}.$$

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten