

Algoritmen, Datastructuren en Complexiteit (214020)

De **deadline** voor het inleveren van deze huiswerkserie is maandagochtend 17 januari 2011, om 9.30 uur. U levert het werk in in het postvakje van uw werkcollegedocent. Bij de opgaven waar om een algoritme wordt gevraagd, geeft u de pseudo-code van uw oplossing en een beknopte maar duidelijke uitleg van de werking. Plagiaat zal streng worden bestraft.

Deze opgave zal worden beoordeeld met twee minnen, een min, een voldoende, of een plus. Deze huiswerkserie kan maximaal beloond worden met 0.3 punt extra bij het tentamencijfer, onder de voorwaarden die bij de spelregels worden uitgelegd. Veel succes!

1. Gegeven een ongerichte graaf, gerepresenteerd als de adjacency list van een gerichte symmetrische graaf. Geef een DFS algoritme die bepaalt of deze graaf een cykel bevat (hint: geef aan een DFS aanroep de voorganger p van een vertex v mee; een edge vp betekent namelijk niet dat er een cykel in de ongerichte graaf is!).
2. Gegeven een gerichte graaf, gerepresenteerd als een adjacency matrix. Geef een algoritme die bepaalt of deze graaf een boom is, dwz. hij bevat geen cyclen, en er is een knoop R zodat alle andere knopen via precies 1 pad vanuit R te bereiken zijn (hint: pas Warshall aan zodat bijgehouden wordt *hoeveel* paden er tussen knoop i en j zijn).
3. Een 4-clique is een deelgraaf met 4 vertices die compleet is, dus edges tussen elke twee vertices. Gegeven een ongerichte graaf in adjacency matrix representatie met n vertices. Geef een algoritme dat in polynomiale tijd bepaalt of deze graaf een 4-clique heeft. Hint: wat is het aantal deelverzamelingen van $1..n$ met 4 elementen?
4. Gegeven een array E met lengte n , dat n verschillende integers bevat.
 - (a) Geef een algoritme dat de lengte van de langste stijgende subreeks van E vindt. Zo'n subreeks hoeft niet opeenvolgende te zijn: bijvoorbeeld, de langste stijgende subreeks van 11,17,5,8,6,4,7,12,3 is 5,6,7,12. Hint: laat $A[i]$ de lengte zijn van de langste stijgende subreeks die begint met $E[i]$,

geef een recursieve uitdrukking voor $A[i]$, en bepaal de lengte van de langste stijgende subreeks aan de hand van A .

(b) Zorg dat de algoritme ook bepaalt wat de langste stijgende subreeks is.

5. Beargumenteer voor de volgende uitspraken of ze waar of niet waar zijn:

(a) Het handelsreizigerprobleem is reduceerbaar tot het satisfiability probleem (SAT).

(b) Stel $P \neq NP$, en we hebben een probleem $X \notin P$, en alle problemen in NP zijn reduceerbaar tot X . Dan geldt $X \in NP$.

(c) Iedere ongerichte graaf G is in polynomiale tijd te transformeren naar een graaf G' zodat tussen G en G' de volgende relatie bestaat: Als G' met $n + 1$ kleuren te kleuren is, dan is G met n kleuren te kleuren (zonder buren met dezelfde kleur).

(d) Het n -kleur probleem voor grafen is polynomiaal reduceerbaar tot het $n + 1$ -kleur probleem.