

Tentamen Kansrekening en Statistiek (191530082) voor INF
donderdag 12 april 2012, 8.45 – 11.45 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Separaat zijn het formuleblad en de tabellen toegevoegd. Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk. Een GR (programmeerbare rekenmachine) is **niet** toegestaan, wel een gewone wetenschappelijke rekenmachine.

1. Een firma doet een bod om een groot project binnen te halen. Het management van de firma schat in dat de kans om het project te krijgen 60% is. Na indiening van het bod kan de beoordelende instantie die het project toewijst om extra informatie vragen. Uit het verleden is bekend dat in 75% van de gehonoreerde aanvragen om extra informatie is gevraagd en dat bij de niet gehonoreerde aanvragen in 40% van de gevallen om extra informatie is verzocht.
Er wordt om extra informatie gevraagd. Bereken met behulp van dit gegeven de kans dat de aanvraag door de firma voor het project gehonoreerd wordt. Definieer daartoe eerst een aantal relevante gebeurtenissen en geef de gegeven kansen weer in termen van (voorwaardelijke) kansen op die gebeurtenissen.
2. Uit een bak met 10 balletjes, genummerd 1 t/m 10, worden er lukraak en zonder terugleggen drie getrokken. Laat X en Y het laagste respectievelijk hoogste nummer zijn op de drie getrokken balletjes. Bereken:
 - a. $P(Y = 5)$
 - b. $P(X = 2|Y = 5)$
 - c. $E(X|Y = 5)$
3. Een (pseudo) random generator geeft ons een willekeurig getal X tussen 0 en 1
 - a. Laat zien dat $\frac{1}{k+1}$ het k -de moment $E(X^k)$ van X is ($k = 1, 2, 3, \dots$).
 - b. Leid de variantie van X af. (Gebruik onderdeel a.)
 - c. Toon aan dat $Y = -3 \ln(X)$ exponentieel verdeeld is en bepaal $E(Y)$
4. De bedieningstijden van 25 klanten bij een loket zijn ieder exponentieel verdeeld met een verwachting van 2 minuten. Beschouw de bedieningstijden als o.o. stochastische variabelen.
 - a. Bereken m.b.v. de Centrale Limiet Stelling een benadering voor de kans dat de totale bedieningstijd meer is dan een uur. Geef uw antwoord in tienden van procenten nauwkeurig.
 - b. Bereken de correlatiecoëfficiënt van de bedieningstijd van klant 1 en de totale bedieningstijd.
5. Een internet provider wil onderzoeken wat het effect is van een mogelijke wijziging in hun tariefsysteem. Daartoe wordt onder een groep van n willekeurig gekozen personen bepaald hoeveel van deze n personen bij het nieuwe tariefsysteem klant zouden worden/blijven.
Zij X het aantal toekomstige klanten bij het nieuwe tariefsysteem onder de groep van n willekeurig gekozen personen.
 - a. Geef de kansverdeling van X en geef zonder afleiding een zuivere schatter van de fractie p van toekomstige klanten bij het nieuwe tariefsysteem.
 - b. Druk de verwachte kwadratische fout van deze schatter uit in n en p .

Bij uitvoering van de steekproef onder $n = 150$ personen bleken er 33 te zijn die klant wilden worden/blijven.

- c. Geef op grond van deze steekproef een schatting van de kans dat wanneer we opnieuw 3 personen kiezen, er minstens 1 klant zou worden/blijven.
 - d. Geef op grond van deze steekproef een (benaderd) 95% betrouwbaarheidsinterval voor de fractie p van klanten die onder deze omstandigheden klant zouden worden/blijven.
6. Onlangs heeft de overheid de maximum CO₂-uitstoot voor de (fiscale)14 procent bijtelling en voor BPM-vrijstelling verlaagd naar 83 g/km voor zowel diesel- als benzine-auto's. Een autofabrikant ontwikkelt een nieuwe motor die moet voldoen aan deze verscherpte norm. Tien prototypes van de nieuwe motor werden getest, met als resultaat de volgende metingen (in gr/km):
79.4, 82.5, 77.4, 83.7, 81.2, 80.7, 76.4, 78.2, 79.9, 82.4
- a. Bepaal op grond daarvan een intervallschatting met betrouwbaarheid 90% voor de verwachte CO₂-uitstoot van deze motor.
 - b. Geef een 90%-betrouwbaarheidsinterval voor de variantie van de CO₂-uitstoot.
 - c. Toont dit onderzoek aan dat de nieuwe motor voldoet aan de nieuwe CO₂-norm voor de 14%-bijtelling? Voer een toets uit met $\alpha = 0.01$ en geef daarbij
 1. de modelveronderstellingen,
 2. de hypothesen,
 3. de toetsingsgrootte en zijn verdeling,
 4. De waargenomen waarde
 5. het kritieke gebied (of overschrijdingskans)
 6. de statistische en
 7. de verwoorde conclusie.

Normering:

1	2			3			4			5				6			Totaal
	a	b	c	a	b	c	a	b	a	b	c	d	a	b	c		
3	2	2	2	2	2	3	3	3	2	2	2	3	3	2	4	40	

Tentamencijfer = $1 + 9 \times (\text{aantal punten})/40$

Eindcijfer = het gemiddelde van het tentamencijfer en de opdrachtcijfers, die hoger zijn dan het tentamencijfer. Elk opdrachtcijfer dat hoger is dan het tentamencijfer telt voor 5% mee.