

Algoritmen, Datastructuren en Complexiteit

(192140200 en 192140250)

Bij dit tentamen mag het boek (zowel Baase-Van Gelder als Cormen et al) worden gebruikt, evenals een uitdraai van de hoorcollegesheets (dit alles zonder eigen aantekeningen).

Bij de opgaven waar om een algoritme wordt gevraagd, geeft u de pseudocode van uw oplossing en een beknopte maar duidelijke uitleg van de werking. Algoritmes zonder duidelijke uitleg worden niet in beschouwing genomen.

Uitspraken die u doet in antwoord op gestelde vragen moeten nauwkeurig worden beargumenteerd.

Er zijn 5 opgaven, waarmee 90 punten behaald kunnen worden. Het tentamenresultaat is (het aantal behaalde punten gedeeld door 10) plus 1.

Vermeld uw naam en de afkorting ADC op ieder los blad. Vermeld ook de werkcollegeleider waar u dit jaar bij was ingedeeld en geef expliciet aan of u beide huiswerkopgaven gemaakt hebt.

Veel succes!

Opgave 1

15 pt

Beschouw het volgende algoritme (met * vermenigvuldigen, `div` integer division (bv. $7 \text{ div } 2 = 3$), en 2 kwadraat):

```
int func(int n)
{ if n == 0 return 1
  else if n < 8 return n
    else return 3*func(n div 8) + 8 + func(n div 8)^2
}
```

1. Geef een recursieve uitdrukking van de tijdscomplexiteit van dit algoritme, uitgedrukt in het aantal rekenkundige operaties.
2. Wat is de complexiteitsklasse van dit algoritme?

Opgave 2

20 pt

Gegeven een binaire zoekboom waarbij alle keys (positieve getallen) uniek zijn. Geef een algoritme die, met als invoer een node uit de boom met key k , oplevert de node met de grootste waarde kleiner dan k (en *nil* als er niet zo'n node is).

Opgave 3

15 pt

Een 4-clique is een deelgraaf met 4 vertices die compleet is, dus edges tussen elke twee vertices. Gegeven een ongerichte graaf in adjacency matrix representatie met n vertices. Geef een algoritme dat in polynomiale tijd bepaalt of deze graaf een 4-clique heeft. Hint: wat is het aantal deelverzamelingen van $1..n$ met 4 elementen?

Opgave 4

25 pt

Gegeven een array E met lengte n , dat n verschillende integers bevat.

1. Geef een algoritme dat de lengte van de langste stijgende subreeks van E vindt. Zo'n subreeks hoeft niet opeenvolgende te zijn: bijvoorbeeld, de langste stijgende subreeks van 11,17,5,8,6,4,7,12,3 is 5,6,7,12. Hint: laat $A[i]$ de lengte zijn van de langste stijgende subreeks die begint met $E[i]$, geef een recursieve uitdrukking voor $A[i]$, en bepaal de lengte van de langste stijgende subreeks aan de hand van A .
2. Zorg dat de algoritme ook bepaalt wat de langste stijgende subreeks is.

Opgave 5

15 pt

Beargumenteer voor de volgende uitspraken of ze waar of niet waar zijn:

1. Het handelsreizigerprobleem is reduceerbaar tot het satisfiability probleem (SAT).
2. Stel $P \neq NP$, en we hebben een probleem $X \notin P$, en alle problemen in NP zijn reduceerbaar tot X . Dan geldt $X \in NP$.
3. Iedere ongerichte graaf G is in polynomiale tijd te transformeren naar een graaf G' zodat tussen G en G' de volgende relatie bestaat: Als G' met $n + 1$ kleuren te kleuren is, dan is G met n kleuren te kleuren (zonder burens met dezelfde kleur).
4. Het n -kleur probleem voor grafen is polynomiaal reduceerbaar tot het $n + 1$ -kleur probleem.