

**Tentamen Kansrekening en Statistiek voor INF en TEL (153008)**  
**donderdag 9 april 2009 van 13.30 - 16.30 uur**

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven en gaat vergezeld van een formuleblad en tabellen. Vermeld ook uw studentnummer en uw studierichting op werk en tentamenbriefje.

1. In een zeker land bezit 90% van alle huishoudens tenminste één mobiele telefoon. Bij 80% van de huishoudens met een mobiele telefoon is ook een computer aanwezig. Tenslotte is bekend dat slechts 10% van de huishoudens zonder mobiele telefoon in het bezit is van een computer.
  - a. Hoe groot is de kans dat in een huishouden noch een computer noch een mobiele telefoon aanwezig is?
  - b. Hoe groot is de kans dat in een huishouden met een computer geen mobiele telefoon aanwezig is?
2. De simultane kansfunctie van  $X$  en  $Y$  wordt gegeven door de volgende tabel:

$x \backslash y$	0	1	2
0	0.15	0.05	0.20
1	0.05	0.20	0.05
2	0.20	0.05	0.05

- a. Bepaal de kansverdeling van  $X + Y$ .
  - b. Bereken  $E(X)$  en  $\text{var}(X)$ .
  - c. Bereken  $\rho(X, Y)$ .
  - d. Bereken  $E(X|Y = 2)$ .
3. We modelleren de bedieningsduur van een klant bij een loket als een exponentieel verdeelde stochastische variabele  $X$  met een verwachting van 4 (minuten).
  - a. Bereken  $P(X > 8)$ , de kans dat een bediening langer duurt dan 8 minuten.
  - b. Bepaal de verwachte bedieningsduur van een klant als gegeven is dat de bediening van die klant op zeker moment al 4 minuten bezig is.
  - c. Bepaal de verwachting van het maximum van  $X$  en 4.
  - d. Bepaal de kansdichtheid van  $Y = \sqrt{X}$ .
4. Een zekere brug kan een gewicht dragen van maximaal 1000 kg. Veronderstel dat het gewicht van een willekeurig persoon normaal verdeeld is met een verwachting van 75 (kg) en een variantie van 100 ( $\text{kg}^2$ ). De gewichten van  $n$  willekeurige personen worden gerepresenteerd door de (onderling onafhankelijke) stochastische variabelen  $X_1, \dots, X_n$ . De stochastische variabele  $\bar{X}$  is het gemiddelde gewicht van de groep.

- a. Geef de kansverdeling van  $\bar{X}$ .
- b. Bepaal (met behulp van een tabel) de kans dat de brug breekt als er zich 12 mensen op de brug begeven.

Stel nu dat het gewicht van een willekeurig persoon uniform verdeeld is op het interval  $[a, b]$ .

- c. Bepaal  $a$  en  $b$  zodanig dat  $E(X_1) = 75$  en  $\text{var}(X_1) = 100$ .
  - d. Veronderstel dat  $a$  en  $b$  zijn zoals in onderdeel c. Gebruik de Centrale Limietstelling en een tabel om te bepalen hoeveel personen er maximaal op de brug mogen opdat de kans dat de brug breekt kleiner is dan 0.001.
5. Een opiniepeiler wil onderzoeken wat de fractie  $p$  is van de Nederlandse kiezers die voorstander zijn van het verhogen van de AOW-leeftijd en is daarom van plan  $n$  willekeurige Nederlandse kiezers om hun mening ter zake te vragen. Zij  $X$  het aantal voorstanders van verhoging in het onderzoek, dan is  $\hat{p} = \frac{X}{n}$  de meest aannemelijke schatter van  $p$ .
- a. Geef de verwachting en de variantie van  $\hat{p}$ .
  - b. Geef de definitie van verwachte kwadratische fout en bepaal deze voor  $\hat{p}$ .
  - c. Als we een (benaderd) 95%-betrouwbaarheidsinterval voor  $p$  willen bepalen met een breedte van maximaal 0.02, wat dient dan de steekproefomvang  $n$  te zijn?
6. Een bedrijf introduceert een nieuw type plastic folie voor industrieel gebruik en beweert dat de verwachte drukweerstand van het nieuwe product groter is dan 26.5 (psi). Metingen van de drukweerstand bij een aselechte steekproef van 16 stukken folie uit de productie levert een steekproefgemiddelde van 28.25 en een steekproefvariantie van 14.44 op.
- a. Bepaal een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de verwachte drukweerstand, aannemend dat de drukweerstand normaal verdeeld is.
  - b. Bepaal een 95%-voorspellingsinterval voor de drukweerstand van een geheel nieuw stuk folie.
  - c. Toets met een onbetrouwbaarheid van 5% of de bewering van het bedrijf op grond van het onderzoek terecht kan worden genoemd.

### Normering:

1		2				3				4				5			6		
a	b	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c
2	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	3	2	2	3	2	1	4

Tentamencijfer:  $\frac{\text{Totaal}}{45} \times 9 + 1$

Het eindcijfer is het gewogen gemiddelde van het tentamencijfer en de opdrachtcijfers die hoger zijn dan het tentamencijfer. Elk opdrachtcijfer hoger dan het tentamencijfer telt voor 5% mee.