

Kenmerk : TW2010/DWMP/95/ha

Vak : **Calculus I voor INF/TEL**

Vakcode : 152101

Datum : 25 januari 2010

Tijdstip : 13.45–16.45 uur

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**

**Alle berekeningen dienen exact uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. (a) [2 pt] Bereken *zonder* gebruik de maken van de regel van Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{4}{x^2 + 2x} - \frac{2}{x} \right)$$

- (b) [2 pt] Bereken  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$

2. De functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is gegeven door:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{als } x \leq 1 \\ 2x^2 - 12x + 12 & \text{als } x > 1. \end{cases}$$

- (a) [2 pt] Toon aan dat  $f$  continu is op  $\mathbb{R}$ .  
(b) [3 pt] Onderzoek met de (limiet)-definitie of  $f$  differentieerbaar is in 1.  
(c) [2 pt] Op grond van welke stelling kan worden geconcludeerd dat  $f$  een absoluut maximum en absoluut minimum heeft op het interval  $[-2, 2]$ ? Formuleer deze stelling.  
(d) [2 pt] Bepaal de maximale en minimale waarde van  $f$  op het interval  $[-2, 2]$ .

3. De functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is gegeven door:  $f(x) = \sqrt{1 + 3x}$ .

- (a) [2 pt] Bepaal het tweedegraads Taylorpolynoom  $T_2(x)$  van  $f(x)$  rond  $x = 0$ .  
(b) [2 pt] Geef met behulp van de ongelijkheid van Taylor een afschatting van de maximale fout  $|f(x) - T_2(x)|$ , als  $x \in [-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$ .

**Z.O.Z**

4. (a) [3 pt] Bereken  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(3 + \cos x)^2} dx$ .
- (b) [4 pt] Bepaal  $\int \frac{3x^2 - x + 1}{(x - 1)(x^2 + 2)} dx$ .
- (c) [3 pt] Bereken ingeval van convergentie  $\int_{-\infty}^{\infty} te^{-t^2} dt$ .
5. (a) [1 pt] Gegeven is het complexe getal  $w = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{2}$ .  
Schrijf  $e^w$  in de vorm  $a + bi$ .
- (c) [3 pt] Bepaal alle complexe getallen  $z$  waarvoor geldt:  $z^4 + 1 = 0$ .  
Geef de antwoorden in de vorm  $a + bi$ .
6. [5 pt]  
Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'' - 4y' + 6y = e^{-x}; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$$

Totaal:  $36 + 4 = 40$  punten