

**Toets Kansrekening voor INF en BIT**  
**Module 4 (Data en Informatie - 201300180) Vrijdag 13 juni 2014, 13.45-15.45 uur**

Deze toets bestaat uit 5 opgaven. Het formuleblad en de tabellen van de Poisson- en de standaardnormale verdeling zijn toegevoegd. Een gewone, niet programmeerbare rekenmachine is toegestaan (geen GR).

1. Geef van elk van de volgende beweringen aan of deze (in zijn algemeenheid) *waar* of *niet waar* is en geef een **korte** argumentatie voor je antwoord.
  - a. Als van de werklozen 60% man is en 30% van allochtone afkomst, dan is het percentage allochtone mannen onder de werklozen dus 18%.
  - b. Twee elkaar uitsluitende gebeurtenissen  $A$  en  $B$  zijn onderling onafhankelijk.
  - c. Indien van tweeverdieners bekend is dat het inkomen van een getrouwde man, in duizenden Euro's, (bij benadering)  $N(25, 64)$ - verdeeld en voor een getrouwde vrouw  $N(15, 36)$ -verdeeld is, dan is het gezamenlijk inkomen van een willekeurig tweeverdienersechtpaar  $N(40, 100)$ -verdeeld.
2. De simultane kansfunctie  $P(X = x \text{ en } Y = y)$  wordt gegeven door de volgende tabel:

$y \setminus x$	0	1	2
0	0.15	0.05	0.20
1	0.05	0.20	0.05
2	0.20	0.05	0.05

- Bepaal
- a.  $E(X)$  en  $var(X)$ .
  - b. De correlatiecoëfficiënt  $\rho(X, Y)$  en geef aan wat de gevonden waarde betekent voor de samenhang van  $X$  en  $Y$ .
  - c. De kansverdeling van  $Z = X + Y$ .
  - d.  $E(X|Y = 2)$ .
3. De klantenservice van een energiebedrijf is gedurende kantooruren bereikbaar en wordt dan gemiddeld 2 keer per minuut door een klant gebeld. We nemen aan dat  $X =$  "het aantal telefoontjes in een willekeurige minuut" een Poisson-verdeling heeft.  
 Als we  $n$  opeenvolgende minuten beschouwen en  $X_i =$  "het aantal telefoontjes in minuut  $i$ ", dan nemen we aan dat  $X_1, \dots, X_n$  onderling onafhankelijk zijn en allen bovengenoemde Poisson-verdeling hebben
    - a. Bereken de kans dat in één minuut minstens 3 telefoontjes binnenkomen.
    - b. Bereken de kans dat er in 4 minuten minstens 7 telefoontjes binnenkomen.
    - c. Benader m.b.v. de normale verdeling de kans dat er binnen één uur (60 minuten) minstens 105 telefoontjes binnenkomen.
  4. In opdracht van een discussieprogramma doet een opiniepeiler onderzoek naar de standpunten van Nederlanders over politieke aangelegenheden. De opiniepeiler gebruikt een aselechte steekproef van  $n = 400$  Nederlanders om onder meer te onderzoeken of de kiezers van mening zijn dat de PVV terecht buiten het bestuur van de gemeenten is gehouden (Volgens de PVV zelf is er sprake van "weren").  
 We noemen  $p$  de fractie van alle Nederlanders die deze mening is toegedaan en  $X$  is het aantal van deze personen in de steekproef.
    - a. Druk  $E(X)$  en  $var(X)$  uit in  $p$ .
    - b. Welke **benaderende** verdeling kunnen we het beste gebruiken voor het berekenen van kansen m.b.t.  $X$ , als  $n = 400$  en  $p = 0.01$ . Geef het type verdeling en de parameter(s).
    - c. Bereken of benader  $P(X \geq 50)$ , voor het geval dat  $p = 0.10$  (en weer  $n = 400$ ).

5. Een verzekeringsbedrijf heeft een *call center*, dat werkt met een automatische voorsortering van klanten: via een keuzemenu, waarbij vragen moeten worden beantwoord en gegevens moeten worden ingetoetst, wordt de klant naar een ter zake kundige medewerker geleid.

De keuzemenutijd  $X$ , de benodigde tijd in minuten tot het eerste contact met de medewerker, wordt gemodelleerd als een exponentieel verdeelde variabele met  $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ .

De bedieningsduur  $Y$  (in minuten) door de medewerker wordt verondersteld exponentieel verdeeld te zijn met parameter  $\lambda_2 = 1$ .

We veronderstellen dat de keuzemenutijd  $X$  en de bedieningsduur  $Y$  o.o. zijn.

$V = X + Y$  is de verblijfstijd van een klant in het systeem.

- Bereken  $P(X > 2\mu_X | X > \mu_X)$
- Bepaal de kansdichtheid van  $V$ , met behulp van de convolutie-integraal.
- Bereken ook  $E(V)$  en  $var(V)$ .
- Twee klanten komen tegelijk het telefoonsysteem binnen: hun keuzemenutijden noemen we  $X_1$  en  $X_2$ . Bepaal de **verdelingsfunctie** van het maximum van deze 2 keuzemenutijden (het maximum is het tijdstip waarop beiden klaar zijn).

Normering: cijfer =  $1 + \frac{\text{aantal punten}}{31} \times 9$

1			2				3			4			5				Tot
a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	a	b	c	d	
1	1	1	3	3	1	2	1	1	3	1	2	3	2	2	1	3	31

### Formuleblad Kansrekening voor INF en BIT t.b.v. toetsen

Verdeling	$E(X)$	$var(X)$
Geometrisch	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Hypergeometrisch	$n \cdot \frac{r}{N}$	$n \cdot \frac{r}{N} \cdot \frac{N-r}{N} \cdot \frac{N-n}{N-1}$
Poisson $P(X = x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$	$\mu$	$\mu$
Exponentieel	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Uniform op (a, b)	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$

$$var\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n var(X_i) + \sum_{i \neq j} cov(X_i, X_j)$$



$c$	$\mu$									
	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90	4.00
0	.045	.041	.037	.033	.030	.027	.025	.022	.020	.018
1	.185	.171	.159	.147	.136	.126	.116	.107	.099	.092
2	.401	.380	.359	.340	.321	.303	.285	.269	.253	.238
3	.625	.603	.580	.558	.537	.515	.494	.473	.453	.433
4	.798	.781	.763	.744	.725	.706	.687	.668	.648	.629
5	.906	.895	.883	.871	.858	.844	.830	.816	.801	.785
6	.961	.955	.949	.942	.935	.927	.918	.909	.899	.889
7	.986	.983	.980	.977	.973	.969	.965	.960	.955	.949
8	.995	.994	.993	.992	.990	.988	.986	.984	.981	.979
9	.999	.998	.998	.997	.997	.996	.995	.994	.993	.992
10	1.000	1.000	.999	.999	.999	.999	.998	.998	.998	.997
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.999
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

$c$	$\mu$									
	4.50	5.00	5.50	6.00	6.50	7.00	7.50	8.00	8.50	9.00
0	.011	.007	.004	.002	.002	.001	.001	.000	.000	.000
1	.061	.040	.027	.017	.011	.007	.005	.003	.002	.001
2	.174	.125	.088	.062	.043	.030	.020	.014	.009	.006
3	.342	.265	.202	.151	.112	.082	.059	.042	.030	.021
4	.532	.440	.358	.285	.224	.173	.132	.100	.074	.055
5	.703	.616	.529	.446	.369	.301	.241	.191	.150	.116
6	.831	.762	.686	.606	.527	.450	.378	.313	.256	.207
7	.913	.867	.809	.744	.673	.599	.525	.453	.386	.324
8	.960	.932	.894	.847	.792	.729	.662	.593	.523	.456
9	.983	.968	.946	.916	.877	.830	.776	.717	.653	.587
10	.993	.986	.975	.957	.933	.901	.862	.816	.763	.706
11	.998	.995	.989	.980	.966	.947	.921	.888	.849	.803
12	.999	.998	.996	.991	.984	.973	.957	.936	.909	.876
13	1.000	.999	.998	.996	.993	.987	.978	.966	.949	.926
14	1.000	1.000	.999	.999	.997	.994	.990	.983	.973	.959
15	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.995	.992	.986	.978
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.996	.993	.989
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.997	.995
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998



