

Exam Algorithms, Data structures en Complexity

Pre-master (a.o. for Computer Science) (EWI)

Module/course code: 192140200

Date: January 31, 2017

Time: 8.45-11.45 (+25% for students with a right to extra time)

Module-coordinator: n.a.

Teacher: Rom Langerak

Instructions:

- You may use 1 sheet of handwritten A4 (on both sides) as cheat sheet
- Give pseudocode when presenting an algorithm, together with a clear explanation.
- Explain your answers and give arguments.
- There are 5 questions, with which you can score a total of 90 points. The result is the total number of points divided by 10, plus 1.

Naam: _____
St. nr.: _____

Exam Algorithms, Data structures en Complexity

Pre-master (a.o. for Computer Science) (EWI)

Examination code: 182140200
January 31, 2017
9:00-11:45 in lecture rooms with a right to exit the room
Faculty of Information Systems
University of Twente

- Instructions:
- You may use 1 sheet of handwritten A4 (on both sides) as cheat sheet.
 - One person code when presenting an algorithm, together with a clear explanation.
 - Explain your answers and give arguments.
 - There are 2 questions, with which you can score a total of 50 points. The result is the total number of points divided by 10, plus 1.

Algoritmen, Datastructuren en Complexiteit

Opgave 1

20 pt

1. Beschouw het volgende algoritme:

```
def func(n):  
    res=0  
  
    while n>0:  
        m=n  
        while m>0:  
            res=res+m  
            m=m-1  
        n=n-1  
  
    return res
```

Geef de asymptotische tijdscomplexiteit van dit algoritme, uitgedrukt in het aantal rekenkundige operaties.

2. Stel het aantal stappen van een algoritme, aangegeven door $T(n)$ voor een input ter grootte n , voldoet aan de recurrenente betrekking

$$T(n) = 8T(n/2) + n^3 + 4n + 1/n$$

Wat is de asymptotische complexiteitsklasse van dit algoritme?

Opgave 2

20 pt

Geef een algoritme dat voor een niet-lege binary search tree een node met de op één na kleinste waarde oplevert (en beargumenteer je oplossing). Neem aan dat de boom geen duplicaten bevat.

Opgave 3

15 pt

Gegeven een gerichte graaf, gerepresenteerd als een adjacency matrix.

Geef een algoritme dat voor alle knopen bepaalt *hoeveel* paden er van knoop i naar knoop j zijn (hint: pas Warshall aan. Stel er zijn $R[i, k]$ paden van i naar k , en $R[k, j]$ paden van k naar j , hoeveel paden zijn er dan van i naar j via k ?).

Opgave 4

25 pt

Je wilt een aantal liedjes op een cd zetten. Neem aan dat je de keus hebt uit n liedjes, met tijdsduur t_i minuten voor liedje i . Je wilt de cd zoveel mogelijk vullen, dat wil zeggen dat je het liefst zoveel mogelijk minuten muziek op de cd wilt. Ga er van uit dat een cd maximaal 80 minuten kan bevatten.

1. Stel $C(i, k)$ geeft aan de minimale rest (dus hoeveel minuten ongebruikt blijven) als nog k minuten gevuld moeten worden met stukken gekozen uit de verzameling $\{1, \dots, i\}$. Beargumenteer dat

$$C(i, k) = \min\{C(i-1, k), C(i-1, k-t_i)\}$$

2. Geef een polynomiaal algoritme, gebaseerd op dynamisch programmeren, dat berekent hoeveel minuten je maximaal op de cd kunt zetten.

Opgave 5

10 pt

Geef van de volgende beweringen aan of ze waar of onwaar zijn, en motiveer je antwoord.

1. Het satisfiability probleem (SAT) is reduceerbaar tot het handelsreizigerprobleem.
2. Een NP-volledig probleem is alleen efficiënt oplosbaar als het ook in P zit.
3. Als we zouden kunnen bewijzen dat P ongelijk is aan NP, dan hadden we tevens bewezen dat alle problemen in NP niet efficiënt opgelost kunnen worden.
4. Als $P=NP$, dan bestaat er een polynomiale reductie van elk probleem in P naar het Hamilton cycle probleem.