

Course : **Mathematics B2 (Newton)**

Date : March 7, 2016

Time : 18:15-20:15

**Motivate all answers and calculations.  
The use of electronic devices is not permitted.**

[2p] 1. a) Calculate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan(2x)}$$

[2p] b) Calculate

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x}}$$

2. Given are  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  and the function

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-x^2} & \text{if } x \neq 0 \\ \beta & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

[2p] a) For which  $\alpha$  and  $\beta \in \mathbb{R}$  is the function  $f$  continuous in  $x = 0$ ?

[2p] b) For which  $\alpha$  and  $\beta \in \mathbb{R}$  is the function  $f$  differentiable in  $x = 0$ ?

[4p] 3. Determine all extremal values (global and local) of the function  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$  on the interval  $[-3, 3]$ .

4. Given is the function

$$f(x, y) = x^2 - y$$

[2p] a) Draw three level curves of  $f$  in one figure.

[2p] b) Sketch the surface  $z = f(x, y)$ .

[2p] b) Determine the equation for the tangent plane in  $(1, 1, 0)$  to  $z = f(x, y)$ .

**P.T.O.**

5. Gegeven is de functie  $f(t) = 1/t$  met  $1 \leq t \leq 2$ .

[2p] a) Verdeel het interval  $[1, 2]$  in  $n$  gelijke deelintervallen. Vind een formule voor de Riemann som van  $f$  bij deze opdeling, gebruikmakend van de rechte eindpunten van de deelintervallen.

[2p] b) Bereken

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

[3p] 6. a) Bepaal

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$$

[3p] b) Bepaal

$$\int \ln^2(x) dx$$

[3p] c) Bereken

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

[3p] 7. a) Bepaal de  $x \in \mathbb{R}$  waarvoor de reeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n!}$$

convergent is. Bereken voor die  $x$ -en ook de oneindige som.

[2p] b) Noem de oneindige som uit a) nu  $f(x)$ . Geef een  $\Sigma$ -uitdrukking voor  $f'(x)$  en bereken hiermee

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

**Totaal: 36 punten**