

Tentamen Deterministische Modellen in de OR (191580751 & 191580752)

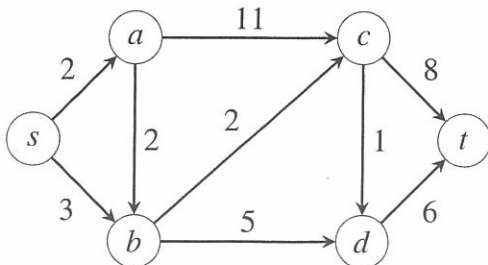
Donderdag, 3 juli 2014, 8:45 – 11:45 h

- Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie!
- Gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
- In totaal zijn er 36 punten + 4 bonus punten te halen.

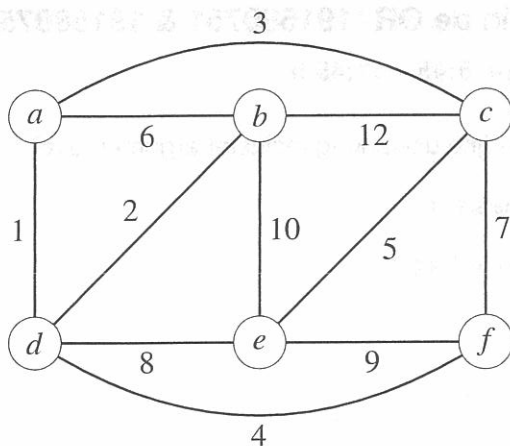
1. Gegeven is het volgende LP:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & 2x_1 + 5x_2 \\ \text{subject to} & x_1 \leq 5, \\ & x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ & x_1 + x_2 \leq 6, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

- (a) (1 punt) Teken het toegelaten gebied van het LP.
- (b) (1 punt) Breng het LP op standaardvorm.
- (c) (5 punten) Los het LP met de simplex methode op.
- (d) (2 punten) Stel dat de doelfunctie van het LP door $x_1 + ax_2$ wordt vervangen voor een reëel getal a . Voor welke waarden voor a blijft de basis optimaal? Als de basis optimaal blijft, wat is dan de waarde van de doelfunctie in de optimale oplossing?
- Tip: Je mag de tekening uit deel (a) ervoor gebruiken.*
2. (a) (2 punten) Bepaal het duale LP van het LP uit Opgave 1.
- (b) (2 punten) Geef een optimale oplossing voor het duale LP aan. (Hiervoor hoeft de simplex methode niet te gebruiken. Je mag wel je resultaten uit Opgave 1 gebruiken.)
3. (4 punten) Gegeven is de volgende graaf. Voer Dijkstra's algoritme uit om een kortste pad vanaf s naar t te berekenen. Geef in elke stap de tijdelijke en permanente afstanden van s aan.



4. (2 punten) Geef een minimale opspannende boom voor de volgende graaf.



5. Gephas produceert tools op twee plekken voor drie klanten. De kosten (inclusief productiecosten) om 1000 tools bij de klant te brengen zijn in de volgende tabel gegeven.

bestemming	klant 1	klant 2	klant 3
A	60€	30€	160€
B	130€	70€	170€

Klant 1 en klant 3 betalen 200€ per 1000 tools en klant 2 betaalt 150€ per 1000 tools. Om 1000 tools te produceren zijn op plek A 200 uren nodig en op plek B 300 uren. In totaal zijn 5500 uren voor beide plekken samen ter beschikking. Extra uren kunnen voor 20€ per uur bijgekocht worden. Plek A kan 10.000 tools produceren en plek B 12.000 tools. Om de winst van Gephas te maximaliseren moet een LP opgelost worden. De output van LINDO voor dit LP is als volgt.

```

max 140 X11 + 120 X12 + 40 X13 + 70 X21 + 80 X22 + 30 X23 - 20 L
subject to
2) X11 + X12 + X13 <= 10
3) X21 + X22 + X23 <= 12
4) 200 X11 + 200 X12 + 200 X13 + 300 X21 + 300 X22 + 300 X23 - L <= 5500
    
```

Objective function value: 2333.3330

Variable	Value	Reduced cost
X11	10.000000	0.000000
X12	0.000000	20.000000
X13	0.000000	100.000000
X21	0.000000	10.000000
X22	11.666670	0.000000
X23	0.000000	50.000000
L	0.000000	19.733330

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	86.666660
3)	0.333333	0.000000
4)	0.000000	0.266667

Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	obj coefficient ranges		
	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
X11	140.000000	Infinity	20.000000
X12	120.000000	20.000000	Infinity
X13	40.000000	100.000000	Infinity
X21	70.000000	10.000000	Infinity
X22	80.000000	130.000000	10.000000
X23	30.000000	50.000000	Infinity
L	-20.000000	19.733330	Infinity

Row	righthand side ranges		
	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	10.000000	17.500000	5.000000
3	12.000000	Infinity	0.333333
4	5500.000000	100.000000	3500.000000

- (a) (1 punt) Als het produceren en vervoeren van plek A naar klant 1 70€ zou kosten, hoe ziet de nieuwe optimale oplossing er dan uit?
- (b) (1 punt) Als de kosten voor een extra uur verlaagd worden van 20€ naar 4€, gaat Gephas dan extra uren bijkopen?
- (c) (1 punt) Een consultancy bedrijf biedt aan om voor 400€ de productiecapaciteit van plek A met 5000 tools te verhogen. Moet Gephas dit aanbod aannemen?
- (d) (1 punt) Als Gephas 5 uur extra krijgt, hoe groot is dan de winst?

6. (5 punten)

Een bedrijf produceert auto's en fietsen. Het bedrijf kan in Enschede en Amsterdam produceren. In Enschede kunnen of fietsen of auto's, maar niet allebei, geproduceerd worden. Amsterdam heeft geen dergelijke beperking.

Het bedrijf heeft 20.000 werkuren ter beschikking, die willekeurig over Amsterdam en Enschede verdeeld kunnen worden. Voor een fiets zijn 40 uren nodig, voor een auto 150 uren. Het bedrijf maakt een winst van 2.000€ per auto (onafhankelijk van de locatie) en een winst van 100€ per fiets die in Enschede is geproduceerd en 90€ per fiets die in Amsterdam is geproduceerd.

Het doel van het bedrijf is om maximale winst te maken.

Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en van de doelfunctie.

7. Welke van de vier volgende beweringen zijn waar en welke onwaar? Motiveer de antwoorden.
- (a) (2 punten) Stel dat zowel het primale LP als het duale LP een toegelaten oplossing hebben. Dan hebben allebei ook tenminste een optimale oplossing.
 - (b) (2 punten) Als het primale LP onbegrensd is, dan is ook het bijhorende duale LP onbegrensd.
 - (c) (2 punten) Stel dat z_{IP} de doelfunctiewaarde van een optimale oplossing van een *integer program* (IP) en dat z_{LP} de doelfunctiewaarde van een optimale oplossing van de bijhorende LP-relaxatie is. Stel verder dat we in het IP willen maximaliseren. Dan geldt $z_{IP} \leq z_{LP}$.
 - (d) (2 punten) Voor elke graaf $G = (V, E)$ met lengtes op de lijnen geldt: Als de kortste lijn uniek is, dat is deze lijn deel van elke minimale opspannende boom.