

Kenmerk : TW2008/DWMP/62/ha

Vak : **Calculus I voor INF/TEL**

Vakcode : 152101

Datum : 11 april 2008

Tijdstip : 9.00-12.00 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

Alle berekeningen dienen exact uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); een rekenmachine mag alleen gebruikt worden ter controle.

1. De functies f en g zijn gegeven door: $f(x) = \sqrt{\frac{5}{x^2} - 1}$ en $g(x) = 4 - x^2$.
 - (a) [2 pt] Bepaal het domein van f en het bereik van g .
 - (b) [1 pt] Bepaal een formule voor: $g \circ f$.
 - (c) [2 pt] Bepaal een formule voor: f^{-1} , in het geval dat $x < 0$.
 - (d) [3 pt] Laat $a \in \mathbb{R}$. Toon m.b.v. de limiet-definitie van de afgeleide aan dat $g'(a) = -2a$.
 - (e) [4 pt] Bereken het tweedegraads Taylorpolynoom van f rond $x = 1$.

2. Bereken de volgende limieten, indien ze bestaan:
 - (a) [2 pt] $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x - 1} \right)$, zonder gebruik te maken van de Regel van l'Hospital.
 - (b) [3 pt] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x} \right)^x$.

3. (a) [2 pt] De functie f is gegeven door: $f(x) = \int_0^{3x} \frac{1}{2 + \sin t} dt$. Bepaal $f'(\frac{\pi}{2})$.
(Hint: gebruik de Hoofdstelling van de Calculus (*The Fundamental Theorem of Calculus, Part 1*))
 - (b) [4 pt] Bepaal m.b.v. de substitutieregels: $\int \frac{(1 - 2 \ln x)^4}{x} dx$.
 - (c) [3 pt] Onderzoek of de integraal $\int_0^2 \frac{1}{(x - 1)^2} dx$ convergent of divergent is.

Z.O.Z

4. (a) [2 pt] Laat $z \in \mathbb{C}$. Toon aan dat: $z\bar{z} = |z|^2$.
(Hint: schrijf $z = a + bi$ en werk linker- en rechterlid uit)
- (b) [3 pt] Gebruik de stelling van De Moivre om $(-1 + i\sqrt{3})^{10}$ te berekenen en schrijf de oplossing in de vorm $a + bi$.
5. [5 pt]
Bepaal de algemene reële oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - 4y' + 13y = 40 \cos x.$$

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten