

Cursus : **Mathematics B2 (Newton)**

Datum : 13 januari 2017

Tijd : 13.45 - 15.45

**Motiveer alle antwoorden en berekeningen.
Gebruik van elektronische hulpmiddelen is niet toegestaan.**

[3p] 1. a) Toon via berekening aan dat voor positieve $a \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{\sqrt{x - a + 3} - \sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

[2p] b) Voor welke reële waarden van p is de functie

$$f(x) = \begin{cases} px & \text{als } x \leq a \\ \frac{x - a}{\sqrt{x - a + 3} - \sqrt{3}} & \text{als } x > a \end{cases}$$

continu in ieder punt x ?

2. De functie f is gegeven door $f(x) = \sin(\cos(x))$.

[2p] a) Bepaal $f'(x)$.

[2p] b) Bepaal de linearisatie van $f(x)$ in $x = \pi/4$.

[4p] 3. Bepaal alle extreme waarden (globale en lokale) van de functie $f(x) = xe^{-2x}$ op het interval $(0, 4]$.

4. Gegeven

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

[2p] a) Is f continu in $(0, 0)$?

[3p] b) Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van $f(x, y)$ in het punt $(2, 1, 1)$.

Z.O.Z.

- [3p] 5. a) Gegeven is de functie $f(x) = x^3 - 2/x$ voor $1 \leq x \leq 3$. We verdelen het interval $[1, 3]$ in n gelijke deelintervallen. Geef de uitdrukking voor de Riemanssom van de functie f bij deze opdeling, waarbij we telkens het rechtereindpunt van het deelinterval kiezen.

- [3p] 6. Bepaal $\frac{dy}{dx}$ als

$$y(x) = \int_x^{x^2} \cos(t^3) dt.$$

- [2p] 7. a) Bepaal

$$\int x^2 \ln(2x) dx$$

- [2p] b) Gegeven is $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$. Bereken

$$\int_{-1}^1 \sinh(t) dt$$

- [3p] c) Bereken

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{1 + e^{-2x}} dx$$

- [2p] 8. a) Bereken

$$\sum_{k=1}^{\infty} 4\left(\frac{2}{3}\right)^k$$

- [3p] b) Bepaal de McLaurin reeks voor $1/(1-2x)^2$ door de geometrische reeks $\sum_{n=0}^{\infty} (2x)^n$ te differentiëren.

Totaal: 36 punten

Cursus : **Mathematics B2 (Newton)**

Date : January 13, 2017

Time : 13.45 - 15.45

**Motivate all answers and calculations.
The use of electronic devices is not permitted.**

[3p] 1. a) Show by computation that for positive $a \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{\sqrt{x - a + 3} - \sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

[2p] b) For which real value p is de function

$$f(x) = \begin{cases} px & \text{als } x \leq a \\ \frac{x - a}{\sqrt{x - a + 3} - \sqrt{3}} & \text{als } x > a \end{cases}$$

continuous in every x ?

2. The function f is given by $f(x) = \sin(\cos(x))$.

[2p] a) Determine $f'(x)$.

[2p] b) Determine the linearisation of $f(x)$ in $x = \pi/4$.

[4p] 3. Determine all extreme values (global and local) of the function $f(x) = xe^{-2x}$ on the interval $(0, 4]$.

4. Given

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

[2p] a) Is f continuous in $(0, 0)$?

[3p] b) Determine the equation for the tangent plane to the graph of $f(x, y)$ at the point $(2, 1, 1)$.

P.T.O.

- [3p] 5. a) Given is the function $f(x) = x^3 - 2/x$ for $1 \leq x \leq 3$. We divide the interval $[1, 3]$ in n equal sub-intervals. Give the expression for the Riemann sum of the function f in case we choose the right-most point of each sub-interval for evaluate f .

- [3p] 6. Determine $\frac{dy}{dx}$ in case

$$y(x) = \int_x^{x^2} \cos(t^3) dt$$

- [2p] 7. a) Compute

$$\int x^2 \ln(2x) dx$$

- [2p] b) Given is $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$. Compute

$$\int_{-1}^1 \sinh(t) dt$$

- [3p] c) Compute

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{1 + e^{-2x}} dx$$

- [2p] 8. a) Compute

$$\sum_{k=1}^{\infty} 4 \left(\frac{2}{3}\right)^k$$

- [3p] b) Determine the McLaurin series for $1/(1 - 2x)^2$ by differentiating the geometric series $\sum_{n=0}^{\infty} (2x)^n$.

Total: 36 points