

**Tentamen Kansrekening en Statistiek voor INF (153008) en TEL (153034),
Dinsdag 13 april 2004, 9.00-12.00 uur**

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, een formuleblad en 3 tabellen. Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

1. Zijn de volgende beweringen waar? Motiveer steeds kort uw antwoord.
 - a. Twee elkaar uitsluitende gebeurtenissen A en B zijn onderling onafhankelijk.
 - b. X is bij benadering Poisson verdeeld met parameter $\mu = 5$ als X het aantal kleurenblinden in een aselechte steekproef van 250 Nederlanders is en 2% van de Nederlanders kleurenblind is.
 - c. Als twee stochastische variabelen X en Y ongecorreleerd zijn, zijn zij onderling onafhankelijk.
 - d. Indien ter beantwoording van een onderzoeksvraag een overschrijdingskans < 0.0005 bij de waargenomen waarde van de toetsingsgrootte wordt gerapporteerd, kan de nulhypothese niet worden verworpen bij $\alpha = 0.05$.
2. Van een bepaald product varieert het aantal fabricagefouten X en het aantal afwerkfouten Y keer op keer. Met behulp van jarenlange statistieken is de simultane kansverdeling van X en Y bepaald, de kansen $P(X = x \text{ en } Y = y)$ zijn als volgt:

$x \setminus y$	0	1	2
0	0.83	0.03	0.01
1	0.03	0.04	0.01
2	0.02	0.01	0.02

- a. Bepaal de marginale verdeling van X , $E(X)$ en $var(X)$.
 - b. Zijn X en Y onderling onafhankelijk? Motiveer uw antwoord.
 - c. Bepaal de kansverdeling van $U = \max(X, Y)$.
3. Op grond van jarenlange ervaring hanteert een projectleider de volgende verdelingen voor de winst (in 1000 Euro = k€) van een tweetal projecten:
de winst X op project 1 is $N(10, 25)$ en de winst Y op project 2 is $N(12, 144)$.
De projecten worden door verschillende mensen op verschillende locaties uitgevoerd en daarom wordt aangenomen dat de resultaten onafhankelijk zijn.
 - a. Bereken voor beide projecten de kans dat er geen winst wordt gemaakt.
 - b. Welk project acht u het meest profijtelijk vanuit het perspectief van winstmaximalisatie (aannemende dat de kosten voor beide gelijk zijn)? Motiveer uw antwoord.
 - c. Bereken de kans dat de winst op beide projecten tezamen minstens 25 k€ bedraagt.
 - d. Bereken de kans dat project 1 meer winst oplevert dan project 2.
4. Een voetballer moet nog twee doelpunten maken om aan de 100 doelpunten, gescoord bij zijn club, te komen. Hij hoopt dat in de volgende wedstrijd te bereiken.
Laat N het aantal scoringsmogelijkheden in een wedstrijd zijn voor deze spits.
Veronderstel dat N Poisson verdeeld is met parameter 6. Ieder van de scoringsmogelijkheden wordt (onafhankelijk van elkaar) met kans 0.3 in een doelpunt omgezet door deze spits. Laat X het aantal door hem gescoorde doelpunten in de wedstrijd zijn.

- a. Geef de kansverdeling van X en het verwachte aantal doelpunten bij 7 scoringsmogelijkheden.
- b. Bereken $P(X = 2 \text{ en } N = 7)$.
- c. Bereken $P(X = 2)$.
(Aanwijzing: geef eerst aan hoe je deze kans uit de simultane verdeling van X en N kunt afleiden. Je kunt volstaan met een rekenkundige uitdrukking als eindantwoord)

5. Een afdelingsleider wenst na te gaan of invoering van een nieuwe pauzeregeling de verwachte dagproductie verhoogt. Vroeger was er één ochtendpauze van een half uur en de gemiddelde dagproductie was 1000 stuks. Gedurende één week wordt een nieuwe regeling van kracht, namelijk tweemaal een ochtendpauze van één kwartier. De in die week gehaalde dagproducties zijn: 990, 1010, 1030, 1040 en 1030. De afdelingsleider wil, vanwege bezwaren van het personeel, niet graag ten onrechte structureel de pauzeregeling wijzigen.

- a. Schat de (nieuwe) verwachte dagproductie en de variantie van de dagproductie op grond van zuivere schatters.
- b. Bepaal een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de **variantie** van de dagproductie. Geef eerst het kansmodel waarop het interval gebaseerd is.
- c. Bepaal ook een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de verwachte dagproductie. Als de afdelingsleider op basis van dit interval zou moeten beslissen of de (verwachte) dagproductie is toegenomen, wat zou je hem dan adviseren? Motiveer je antwoord.

6. Het UT-nieuws laat in het kader van de landelijke verkiezingen onderzoeken hoe groot de aanhang van de verschillende partijen onder UT-studenten is. Het resultaat van een aselechte steekproef van 290 studenten is als volgt (studenten die geen voorkeur gaven of niet wilden gaan stemmen zijn buiten deze resultaten gelaten):

Partij	VVD	CDA	D66	PvdA	GL	SP	overige	totaal
Aantal	72	58	24	68	26	25	17	290

- a. Geef een betrouwbaarheidsinterval met betrouwbaarheid 90% voor de VVD-aanhang onder UT-studenten. Geef eerst aan op welke modelveronderstellingen je dit interval baseert.
- b. Voer een toets uit met $\alpha_0 = 0.05$ waaruit blijkt of met deze steekproef is aangetoond dat VVD, CDA en D66 onder alle UT-studenten samen meer dan de helft van de stemmen zouden behalen.

Normering:

1				3				4			5			6		Totaal
a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b		
2	2	2	2	3	2	2	2	1	2	2	1	4	3	3	5	43

$$\text{Cijfer} = 9 * \text{aantal punten} / 43 + 1$$

Bijlagen:

Formuleblad
 $N(0,1)$ -tabel
 t -tabel
 χ^2 -tabel