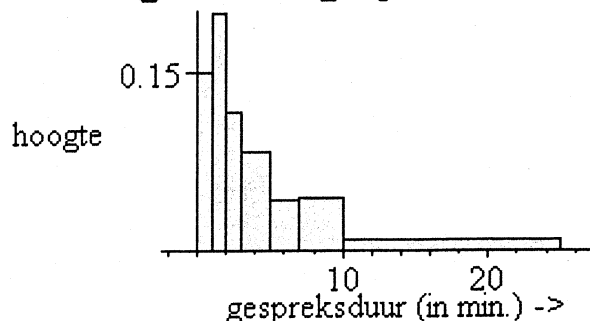


Tentamen Kansrekening en Statistiek (153008) voor INF en TEL
donderdag 19 juni 2008, 13.30 – 16.30 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Het formuleblad en de tabellen zijn separaat toegevoegd. Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en het tentamenbriefje.

1. Een fabrikant van rubberringen garandeert dat niet meer dan 10% van de ringen ondeugdelijk is. Deze ringen worden verkocht in pakjes van 100. Een bepaalde afnemer heeft de gewoonte om uit ieder pakje van 100 ringen er willekeurig 10 te kiezen en deze te testen op ondeugdelijkheid. Zodra er bij het testen een ring ondeugdelijk blijkt te zijn, weigert de afnemer het pakje waaruit de ring komt. Hoe groot is de kans dat een pakje wordt geweigerd terwijl het nog juist aan de garantie voldoet?
2. Bepaal, voor zowel onderdeel a als onderdeel b, met behulp van de gegeven beschrijving van de stochastische variabele X
 - de **kansverdeling van X** (die het beste past bij de beschreven situatie),
 - $E(X)$ en
 - bereken (of benader) vervolgens $P(X > E(X))$.Motiveer kort uw keuze voor één van de bekende verdelingen.
 - a. Van alle Nederlanders heeft 0.1% de ziekte van Krohn. Zij X het aantal personen met de ziekte van Krohn onder de 3000 patiënten in een huisartsenpraktijk.
 - b. De belastingdienst probeert de problemen bij de belastingtelefoon in kaart te brengen. Daartoe is op basis van een aselechte steekproef van gesprekken met cliënten een histogram van de gespreksduren (inclusief wachttijd in minuten) bepaald en hieronder weergegeven. De gemiddelde gespreksduur in de steekproef was (ongeveer) 5 minuten. X is de gespreksduur in minuten van een willekeurige cliënt van de belastingdienst.

Histogram van gespreksduren



3. Zij N het aantal worpen met een zuivere munt dat nodig is om voor het eerst munt te werpen. Als we voor N de waarde n (bijv. 10) hebben waargenomen, gooien we nog eens n keer met de munt. X is het aantal keren munt bij deze n worpen.
(Bij de beantwoording van de onderstaande onderdelen kunt u volstaan met een rekenkundige uitdrukking in plaats van een decimale breuk)
- Bepaal $P(N > 10)$
 - Bepaal $P(N = 10)$, $P(X = 4 | N = 10)$ en $P(X = 4 \text{ en } N = 10)$.
 - Bereken $E(X | N = 10)$
 - Bereken $P(X = 0)$

4. Uit een uitvoerig onderzoek naar het aantal jaren dat kopers een laptop gebruiken alvorens deze te vervangen door een nieuwe, blijkt dat de verwachte gebruiksduur 3.7 jaar is en de standaardafwijking 1.2 jaar.
Neem voor onderdelen a en b aan dat de gebruiksduur X van een willekeurige laptopkoper normaal verdeeld, dus $N(3.7, 1.2^2)$ -verdeeld is.

- Bereken de kans dat de gebruiksduur van een laptop meer dan 4 jaar bedraagt.
- Bereken de kans dat de gemiddelde gebruiksduur van 36 willekeurige laptops meer dan 4 jaar bedraagt.

Stel dat de gebruiksduur van een laptop ligt tussen 2.5 en 8 jaar, dus niet-symmetrisch verdeeld met de gegeven verwachting 3.7 jaar en standaardafwijking 1.2 jaar.

- Bereken (opnieuw) de kans dat de gemiddelde gebruiksduur van 36 willekeurige laptops meer dan 4 jaar bedraagt. Wat is het verschil met (de berekening bij) onderdeel b?

5.

- Geef de definitie van de verwachte kwadratische fout van een schatter T voor de parameter θ
- Leg met behulp van dit criterium uit dat het steekproefgemiddelde

$\bar{X}_1 = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} X_i$ op grond van een aselechte steekproef van 100 waarnemingen een

betere schatter is voor het populatiegemiddelde μ dan het steekproefgemiddelde

$\bar{X}_2 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} X_i$ op grond van 25 waarnemingen.

6. In een onderzoek naar de effectiviteit van een helpdesk werden onder meer de bedieningsduren van klanten, die de helpdesk een probleem voorlegden, onderzocht. Hieronder staan de gemeten bedieningsduren (in minuten) in een steekproef van 42 klanten, gerangschikt van klein naar groot.

0.20	0.62	0.63	1.02	1.08	1.23	1.23	1.24	1.38	1.45
1.80	1.85	1.86	1.91	1.93	1.99	2.10	2.11	2.16	2.21
2.24	2.26	2.29	2.37	2.41	2.42	2.49	2.57	2.81	2.94
3.10	3.34	3.66	3.69	3.81	3.98	4.52	4.67	4.95	5.22
5.76	6.44								

Deze meetgegevens worden als volgt samengevat:

Het steekproefgemiddelde is 2.57 en de steekproefvariantie is 2.02

- Geef een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de verwachte bedieningsduur van klanten bij de helpdesk.
- Welke modelveronderstelling heb je gemaakt bij onderdeel a? Geef commentaar ten aanzien van de redelijkheid van die veronderstellingen.
- Iemand interpreteert het bij onderdeel a bepaalde interval als volgt:
“Als we de bedieningsduren van willekeurige klanten meten, zullen zo’n 95 van de 100 bedieningsduren in dit interval liggen”
 Is dit een correcte interpretatie? Waarom (niet)?
- Uit een eerder (uitgebreider) onderzoek, enige jaren terug, is gebleken dat toentertijd de verwachte bedieningsduur 1.98 minuten bedroeg.
 Voer een toets uit waaruit blijkt of de verwachte bedieningsduur is toegenomen.
 Pas de toetsingsprocedure stapsgewijs toe (Geef kansmodel, hypothesen, toetsingsgrootte en verdeling het beslissingscriterium en conclusies).

Normering:

1	2	3				4				5				6				Totaal
	a	b	a	b	c	d	a	b	c	a	b	a	b	c	d			
3	3	3	2	3	1	2	2	2	2	1	2	3	1	1	5	36		

Tentamencijfer = $1 + 9 \times (\text{aantal punten})/36$

Eindcijfer = het gewogen gemiddelde van het tentamencijfer en de opdrachtcijfers, die hoger zijn dan het tentamencijfer. Elk opdrachtcijfer hoger dan het tentamencijfer telt voor 5% mee.