

Tentamen Kansrekening en Statistiek (153008) voor INF en TEL
Donderdag 5 april 2007, 13.30-16.30 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven. Separaat zijn formuleblad en tabellen toegevoegd.
 Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

Opgave 1

Geef van elk van de volgende beweringen aan of deze (in zijn algemeenheid) *waar* of *niet waar* is en geef een korte argumentatie.

- Als van de werklozen 60% man is en 30% van allochtone afkomst, dan is het percentage allochtone mannen onder de werklozen dus 18%.
- Twee elkaar uitsluitende gebeurtenissen A en B zijn onderling onafhankelijk.
- Indien van tweeverdieners bekend is dat het inkomen van een getrouwde man, in duizenden Euro's, (bij benadering) $N(25, 64)$ - verdeeld en voor een getrouwde vrouw $N(15, 36)$ -verdeeld is, dan is het gezamenlijk inkomen van een willekeurig tweeverdiener-echtpaar $N(40, 100)$ -verdeeld.
- Een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de verwachte waarde μ , gebaseerd op een aselechte steekproef van 100 waarnemingen, zal ongeveer 95 van deze 100 waarnemingen bevatten.
- Indien de betrouwbaarheid van een betrouwbaarheidsinterval voor μ wordt vergroot, wordt het interval breder.
- Indien we voor het bepalen van een 90%-betrouwbaarheidsinterval voor de verwachte waarde, bij een normaal model met bekende σ , 4 keer zo veel waarnemingen gebruiken, dan zal het interval een factor 2 smaller zijn.
- Indien bij een binomiale toets op de succeskans p de steekproefomvang vergroot wordt (bij hetzelfde significantieniveau), neemt ook het onderscheidend vermogen van de toets toe.

Opgave 2

De simultane kansfunctie $P(X=x \text{ en } Y=y)$ wordt gegeven door de volgende tabel

y	0	1	2
x \			
0	0.15	0.05	0.20
1	0.05	0.20	0.05
2	0.20	0.05	0.05

Bepaal

- $E(X)$ en $\text{var}(X)$
- De correlatiecoëfficiënt $\rho(X, Y)$ en geef aan wat de gevonden waarde betekent voor de samenhang van X en Y.
- De kansverdeling van $Z = X + Y$
- $E(X | Y = 2)$

Opgave 3

De klantenservice van een energiebedrijf is gedurende kantooruren bereikbaar en wordt dan gemiddeld 2 keer per minuut door een klant gebeld. We nemen aan dat $X =$ "het aantal telefoontjes in een willekeurige minuut" een Poisson-verdeling heeft en dat de aantallen X_1, \dots, X_n van telefoontjes in n achtereenvolgende minuten onderling onafhankelijk zijn.

- Bereken de kans dat in één minuut minstens 3 telefoontjes binnenkomen.
- Bereken de kans dat er in 4 minuten minstens 7 telefoontjes binnenkomen.
- Benader m.b.v. de normale verdeling de kans dat er binnen één uur ($60 \text{ min} = 15 \times 4$) minstens 105 telefoontjes binnenkomen.

Opgave 4

Een verzekeringbedrijf heeft een *call center*, dat werkt met een automatische voorsortering van klanten: via een keuzemenu waarbij vragen moeten worden beantwoord en gegevens moeten worden ingetoetst, wordt de klant naar een ter zake kundige medewerker geleid. De keuzemenutijd X , de benodigde tijd tussen het eerste telefonische contact en contact met de medewerker, wordt gemodelleerd als een exponentieel verdeelde variabele met $\lambda_1 = 1/2$. De bedieningsduur Y door de medewerker wordt verondersteld exponentieel verdeeld te zijn met parameter $\lambda_2 = 1$. X en Y zijn o.o. $V = X + Y$ is de verblijfstijd van een klant in het systeem.

- Bereken $P(X > 2\mu_X | X > \mu_X)$
- Bepaal de kansdichtheid van V , met behulp van de convolutie-integraal.
- Bereken ook $E(V)$ en $\text{var}(V)$.
- Twee klanten komen tegelijk het telefoonsysteem binnen: hun keuzemenutijden noemen we X_1 en X_2 . Bepaal de verdelingsfunctie van het maximum van deze 2 keuzemenutijden.

Opgave 5

In opdracht van een discussieprogramma doet een opiniepeiler onderzoek naar de standpunten van Nederlanders over politieke aangelegenheden. De opiniepeiler gebruikt een aselechte steekproef van n Nederlanders om onder meer te onderzoeken of de kiezers van mening zijn dat de SP terecht buiten het bestuur van het land en van de provincies is gehouden (Volgens de SP zelf is er van weren sprake). We noemen p de fractie van alle Nederlanders die deze mening is toegedaan en X is het aantal van deze personen in de steekproef.

- Geef de formules voor $E(X)$ en $\text{var}(X)$.
- Welke benaderende (niet-binomiale) verdeling kunnen we het beste voor X gebruiken, als $n = 400$ en $p = 0.01$ en welke voor $n = 400$ en $p = 0.10$? Geef ook de parameter(s) van deze verdelingen.
- Druk de kans, dat 2 willekeurige personen beiden vinden dat de SP buiten het bestuur moet worden gehouden uit in p en ga vervolgens na of de meest aannemelijke schatter van deze kans zuiver is.

Bij het uitvoeren van een steekproef van $n = 2500$ Nederlanders bleken er 1296 vóór het weren van de SP uit het bestuur.

- Geef een 90%-betrouwbaarheidsinterval voor p .
- Toont het resultaat van de steekproef aan dat de meerderheid van de Nederlanders voor het weren van de SP uit het bestuur is? Voer voor het beantwoorden van deze vraag een toets uit met een onbetrouwbaarheid(sdrempel) van 5%. Geef alle stappen van de toetsingsprocedure.

Normering:

1	2				3			4				5					
a-g	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d	e	Totaal
7×2	3	4	2	2	2	2	3	3	2	2	2	1	2	3	3	5	55

Cijfer tentamen $c = 10 \cdot \text{aantal punten} / 55$

Eindcijfer vak = $[16 \cdot c + \max(c, \text{opdr.1}) + \max(c, \text{opdr.2}) + \max(c, \text{opdr.3}) + \max(c, \text{opdr.4})] / 20$

Bijlage:

Formuleblad

$N(0,1)$ -tabel

t-tabel

χ^2 -tabel

Poisson-tabel.