Kenmerk : TW2013/DWMP/028/ha

Vak : **Calculus I voor TI**

Vakcode : 191521010
Datum : 4 november 2013
Tijdstip : 18.45 – 21.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Alle berekeningen dienen <u>exact</u> uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); het gebruik van een rekenmachine is <u>niet</u> toegestaan.

1. (a) [2 pt] Bereken *zonder* gebruik de maken van de regel van L'Hospital:
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{4}{x^2+2x}-\frac{2}{x}\right).$$

   (b) [2 pt] Bereken $\lim_{x\to\infty}(1+3x)^{\frac{1}{x}}$.

2. De functie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is gegeven door:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x-8}{x^2+3x+2} & \text{als } x<-2\\ x^2+ax+b & \text{als } -2\le x\le 3\\ (x-3)^{x-3} & \text{als } x>3.\end{cases}$$

   Hierbij zijn $a,b\in\mathbb{R}$.

   (a) [5 pt] Toon aan dat $a=b=-2$ de enige waarden zijn voor a en b waarvoor f continu is op $\mathbb{R}$.

   (b) [3 pt] Neem $a=b=-2$. Bepaal de grootste en de kleinste waarde van f op $[-3,3]$.

3. De functie f is gegeven door: $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$.

   (a) [2 pt] Toon met behulp van de Middelwaardestelling (*Mean Value Theorem*) aan dat er een $c\in(0,3)$ bestaat waarvoor $f'(c)=-\frac{1}{6}$.

   (b) [2 pt] Bepaal het tweedegraads Taylorpolynoom T_2 van f rond $a=1$.

   (c) [2 pt] Geef met behulp van de ongelijkheid van Taylor een afschatting van de maximale fout $|f(x)-T_2(x)|$, als $x\in[0,2]$.

Z.O.Z

4. (a) [2 pt] De functie f is gegeven door: $f(t) = \int_0^{2t} e^{(u^3)}\,du$. Bepaal $f''(1)$.

(b) [3 pt] Bereken: $\int_0^1 x\ln(x+1)\,dx$.
Hint: substitueer eerst $u = x + 1$ en integreer daarna partieel.

(c) [3 pt] Bepaal: $\int \frac{x^3}{x^2-1}\,dx$.

(d) [2 pt] Onderzoek of de integraal $\int_0^2 \frac{1}{(1-x)^3}\,dx$ convergent of divergent is.

5. Gegeven is het complexe getal $w = -2 - 2i\sqrt{3}$.

(a) [1 pt] Bepaal de polaire vorm van w.

(b) [3 pt] Bepaal alle complexe getallen z waarvoor geldt: $z^2 = w$.
Geef de antwoorden in de vorm $a + bi$.

6. [4 pt]
Bepaal de algemene reële oplossing van het beginwaardeprobleem

$$y'' + y' - 6y = 36x; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$$

Totaal: 36 + 4 = 40 punten