

Kenmerk: EW105/TW/SK/042/DM

Datum: 3 September 2014

**Tentamen Kansrekening en Statistiek (153008) voor INF en TEL  
donderdag 7 april 2005 van 13.30 – 16.30 uur**

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven, een formuleblad en 3 tabellen.  
Vermeld ook uw studentnummer en studierichting op uw werk en tentamenbriefje.

1. In een bedrijf worden personal computers geassembleerd en op kwaliteit gekeurd. Uit ervaring weet men dat de kwaliteit van 5% van de pc's onder de maat is. Pc's die goed uit de keuring komen, worden als producten van A-kwaliteit verkocht en de afgekeurde producten als B-kwaliteit met een lagere verkoopprijs. Uit een evaluatie van de (eenvoudige) keuringsmethode is gebleken dat er fouten worden gemaakt: van de goed te keuren pc's wordt 1% toch afgekeurd en van de af te keuren pc's wordt 4% toch goedgekeurd. Bereken de kans dat een afgekeurde pc van A-kwaliteit is. Definieer daartoe eerst een aantal relevante gebeurtenissen, druk de gegeven kansen uit in termen van (voorwaardelijke) kansen op die gebeurtenissen en laat zien welke rekenregels voor kansen je gebruikt.
  
2. Bij een loterij zijn 35 prijzen te behalen. Uit de (zeer vele) lotnummers worden aselect 35 nummers getrokken. Veronderstel dat het laatste cijfer van een lotnummer gelijk (homogeen) verdeeld is over de getallen 0, 1, . . . , 9. Wij hebben twee loten: de ene eindigt op 0 en de ander eindigt op 3.
  - a. Bereken de kans dat geen van de nummers waarop een prijs valt eindigt op een 0.Zij  $X$  het aantal prijzen met een lotnummer eindigend op een 0 en  $Y$  het aantal prijzen met een lotnummer eindigend op een 3.
  - b. Geef de kansverdeling van  $X$  en (zonder afleiding) die van  $X + Y$ .
  - c. Geef, gebruikmakend van onderdeel b,  $\text{var}(X)$  en  $\text{var}(X + Y)$ .
  - d. Bereken, met behulp van onderdeel c,  $\text{cov}(X, Y)$ , geef de definitie van  $\rho(X, Y)$  en bereken deze vervolgens.
  - e. Bepaal  $P(X=4 / X+Y=10)$ .
  
3. De bedieningsduren (in minuten) van  $n$  klanten in een rij voor een loket kunnen we modelleren als een aselecte steekproef  $X_1, X_2, \dots, X_n$  van de bedieningsduur  $X$ , die exponentieel verdeeld is met verwachtingswaarde 4.
  - a. Bereken  $P(X > 8)$
  - b. Bepaal de kansdichtheid van  $Y = \sqrt{X}$ .

- c. Leid met behulp van de convolutie-integraal de kansdichtheid van  $X_1 + X_2$  af.
- d. Bereken (bij benadering) de kans dat de som van 25 bedieningsduren minder dan 90 minuten bedraagt.
4. Het IQ van een persoon, gekozen uit een grote homogene groep van personen, blijkt veelal goed te modelleren met de normale verdeling. Het is dan ook niet onredelijk te veronderstellen dat dit ook geldt voor alle technische studenten in Nederland, waarbij  $\mu$  = “het verwachte IQ” en  $\sigma^2$  = “de variantie van de IQ’s” onbekend zijn. In een aselechte steekproef van 25 technische studenten bleek het gemiddelde IQ 120 en de steekproefvariantie 121 te zijn.
- a. Welke kansverdeling heeft het steekproefgemiddelde?  
Geef de verwachte kwadratische fout van deze schatter van  $\mu$ .
- b. Bepaal de meest aannemelijke schattingen van  $\mu$ , van  $\sigma^2$  en van de kans dat een technische student hoogbegaafd is, d.w.z. een IQ hoger dan 140 heeft.
- c. Bepaal een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde IQ van alle technische studenten in Nederland.
- d. Bepaal een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor  $\sigma$ .
- e. Uit een eerder (omvangrijk) onderzoek is gebleken dat het gemiddelde IQ in de populatie van alle Nederlandse studenten 115 is.  
Kan uit de steekproef van technische studenten met onbetrouwbaarheidsdrempel 5% geconcludeerd worden dat het gemiddelde IQ onder de technische studenten hoger is dan 115?  
Bij dit onderdeel kan worden volstaan met het geven van de hypothesen, de verdeling en de waarde van de toetsingsgrootte, de berekening van het kritieke gebied of de overschrijdingskans en de conclusie die daaruit getrokken kan worden.

### Normering

1	2					3				4					Tot
	a	b	c	d	e	a	b	c	d	a	b	c	d	e	
4	1	2	2	3	2	2	2	2	4	2	3	3	3	4	39

Tentamencijfer =  $1 + 9 \times (\text{aantal punten})/39$

Eindcijfer = het gemiddelde van het tentamencijfer en de opdrachtcijfers > tentamencijfer. (Elk opdrachtcijfer > tentamencijfer telt voor 5% mee)

### Bijlagen:

Formuleblad,  $N(0,1)$ -tabel, t-tabel en  $\chi^2$ -tabel