Kenmerk : TW2012/DWMP/036/ha

Vak : **Calculus I voor TI**

Vakcode : 191521010
Datum : 30 januari 2012
Tijdstip : 13.45 – 16.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Alle berekeningen dienen <u>exact</u> uitgevoerd te worden (dus niet met decimale getallen); het gebruik van een rekenmachine is <u>niet</u> toegestaan.

1. (a) [2 pt] Bereken, zonder gebruik te maken van de regel van L'Hospital:
$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x+1}}{x-2}$$

   (b) [3 pt] Bereken $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x}$.

2. De functie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x)=\begin{cases} x(1+3\cos\frac{1}{x}) & \text{als } x\neq 0 \\ 0 & \text{als } x=0. \end{cases}$

   (a) [1 pt] Onderzoek of f een even of oneven functie is (of geen van beide).

   (b) [3 pt] Toon aan dat f continu is op $\mathbb{R}$.

   (c) [2 pt] Onderzoek, met behulp van de (limiet-)definitie van de afgeleide, of f differentieerbaar is in $x=0$.

   (d) [1 pt] Toon aan dat f een nulpunt heeft op $\left[\frac{1}{\pi},\frac{2}{\pi}\right]$.

   (e) [2 pt] Toon aan dat er een $x\in\left(\frac{1}{\pi},\frac{2}{\pi}\right)$ bestaat met $f'(x)=4$.
   Hint: gebruik de Middelwaardestelling (*Mean Value Theorem*).

3. De functie f is gegeven door: $f(x)=\frac{1}{1+2x}$.

   (a) [2 pt] Bepaal het tweedegraads Taylorpolynoom T_2 van f rond $a=1$.

   (b) [2 pt] Geef met behulp van de ongelijkheid van Taylor een schatting van de maximale fout $|f(x)-T_2(x)|$, als $x\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$.

Z.O.Z

4. (a) [2 pt] De functie f is gegeven door: $f(t) = \int\limits_0^{2t} \mathrm{e}^{(u^3)}\, du.$ Bepaal $f''(1)$.

(b) [3 pt] Bereken: $\int\limits_0^1 x \ln(x+1)\, dx.$

Hint: substitueer eerst $u = x + 1$ en integreer daarna partieel.

(c) [3 pt] Bepaal: $\int \frac{x^3}{x^2 - 1}\, dx.$

(d) [2 pt] Onderzoek of de integraal $\int\limits_0^2 \frac{1}{(1-x)^3}\, dx$ convergent of divergent is.

5. [4 pt]

Bepaal alle complexe getallen z waarvoor geldt: $z^4 = -8 + 8i\sqrt{3}$.

Geef de antwoorden in de vorm $a + bi$.

6. [4 pt]

Bepaal de algemene reële oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - y' - 6y = 5\mathrm{e}^{3x} + 6x.$$

Totaal: 36 + 4 = 40 punten