

Kenmerk : TW2012/DWMP/037/ha

Vak : **Calculus II voor TI**  
Vakcode : 191521020  
Datum : 30 januari 2012  
Tijdstip : 08.45-11.45 uur

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.  
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. (a) [2 pt] Bereken ingeval van convergentie:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{3n-1}}$ .
- (b) [3 pt] Formuleer de vergelijkingstest (Comparison Test) voor reeksen en onderzoek daarmee of de reeks  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} \ln n}$  convergent of divergent is.
- (c) [3 pt] Onderzoek of de reeks  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin^2 n}{n^2 - \sqrt{n}}$  absoluut convergent, relatief convergent (*conditionally convergent*) of divergent is.

2. (a) [3 pt] Laat zien dat  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{5n+3}}{5n+3} + C$  een machtreeksrepresentatie is van  $\int \frac{x^2}{1+x^5} dx$ . Geef tevens de convergentiestraal.

- (b) [3 pt] Bereken  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{1+x^5} dx$  met een fout  $< 10^{-3}$ .

3. De functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  wordt gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y^2}{\sqrt{x^2+y^4}} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{als } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) [3 pt] Teken de niveaukrommen (*level curves*)  $f(x, y) = c$ , voor  $c = -1$ ,  $c = 0$  en  $c = 1$ . Geef duidelijk aan welke niveaukromme bij welke waarde van  $c$  hoort.
- (b) [2 pt] Onderzoek of  $f$  continu is in  $(0, 0)$ .

**Z.O.Z**

4. De functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  is gegeven door:  $f(x, y) = xe^{xy^2}$ . Verder is gegeven het punt  $P = (1, -1)$ .

(a) [3 pt] Bepaal een eenheidsvector  $\mathbf{u}$  waarvoor  $D_{\mathbf{u}}f(P)$  maximaal is en bepaal tevens de maximale waarde van  $D_{\mathbf{u}}f(P)$ .

(b) [3 pt] Bepaal het tweedegraads Taylorpolynoom van  $f$  rond het punt  $P$ .

(c) [2 pt] Rond het punt  $P$  wordt door de vergelijking  $f(x, y) = e$ ,  $y$  impliciet vastgelegd als functie van  $x$ , dus  $y = y(x)$ . Bepaal, met behulp van impliciet differentiëren,  $\frac{dy}{dx}(1)$ .

5. [5 pt]

Bepaal de grootste en de kleinste waarde van de functie  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ , onder de nevenvoorwaarden  $z^2 = x^2 + y^2$ ;  $x - 2z = 3$ .

6. [4 pt]

Maak een duidelijke schets van het integratiegebied en bereken door verwisseling van

integratie-volgorde:  $\int_0^4 \int_{-2}^{-\sqrt{x}} e^{(y^3)} dy dx$ .

**Totaal:**  $36 + 4 = 40$  punten