

Cursus : Mathematics B2 (Newton)

Datum : 7 maart 2016

Tijd : 18:15-20:15

Motiveer alle antwoorden en berekeningen.
Gebruik van elektronische hulpmiddelen is niet toegestaan.

[2p] 1. a) Bereken

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan(2x)}$$

[2p] b) Bereken

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x}}$$

2. Gegeven zijn $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ en de functie

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-x^2} & \text{als } x \neq 0 \\ \beta & \text{als } x = 0 \end{cases}$$

[2p] a) Voor welke α en $\beta \in \mathbb{R}$ is de functie f continu in $x = 0$?

[2p] b) Voor welke α en $\beta \in \mathbb{R}$ is de functie f differentieerbaar in $x = 0$?

[4p] 3. Bepaal alle extreme waarden (globaal en lokaal) van de functie $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ op het interval $[-3, 3]$.

4. Gegeven is de functie

$$f(x, y) = x^2 - y$$

[2p] a) Teken in één figuur drie niveaukrommen van f .

[2p] b) Schets het oppervlak $z = f(x, y)$.

[2p] b) Bepaal de vergelijking van het raakvlak in $(1, 1, 0)$ aan $z = f(x, y)$.

Z.O.Z.

5. Gegeven is de functie $f(t) = 1/t$ met $1 \leq t \leq 2$.

[2p] a) Verdeel het interval $[1, 2]$ in n gelijke deelintervallen. Vind een formule voor de Riemann som van f bij deze opdeling, gebruikmakend van de rechtereindpunten van de deelintervallen.

[2p] b) Bereken

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

[3p] 6. a) Bepaal

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$$

[3p] b) Bepaal

$$\int \ln^2(x) dx$$

[3p] c) Bereken

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

[3p] 7. a) Bepaal de $x \in \mathbb{R}$ waarvoor de reeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n!}$$

convergent is. Bereken voor die x -en ook de oneindige som.

[2p] b) Noem de oneindige som uit a) nu $f(x)$. Geef een Σ -uitdrukking voor $f'(x)$ en bereken hiermee

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

Totaal: 36 punten