

Kenmerk : TW2008/DWMP/70/ha

Vak : **Calculus II voor INF/TEL**
Vakcode : 152102
Datum : 29 oktober 2008
Tijdstip : 13.30-16.30 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

Gebruik van een rekenmachine is toegestaan (ter controle), maar de gevraagde berekeningen dienen exact te worden uitgevoerd, tenzij expliciet om een (decimale) benadering wordt gevraagd.

1. (a) [2 pt] Formuleer de integraaltest voor reeksen.
- (b) [2 pt] Toon m.b.v. de integraaltest aan dat de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ convergent is.
- (c) [2 pt] Toon aan dat $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{2n+1}} = -\frac{2}{33}$.
- (d) [2 pt] Onderzoek of de reeks $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 3} - n}{n^2 - \sqrt{n}}$ convergent of divergent is.

2. (a) [3 pt] Bepaal de convergentiestraal en het convergentie-interval van de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$.
- (b) [3 pt] Geef een machtreeksrepresentatie van de onbepaalde integraal $\int \frac{1}{1+8x^3} dx$. Geef tevens de convergentiestraal.

3. Gegeven is de functie $f(x, y) = \frac{xy}{\sin(x^2 + y^2)}$.
 - (a) [2 pt] Teken in het xy -vlak het definitiegebied (*domain*) van f .
 - (b) [1 pt] Bereken de partiële afgeleide f_x .
 - (c) [3 pt] Bereken $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ indien deze bestaat, of toon aan dat de limiet niet bestaat.

Z.O.Z

4. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door: $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$.
- (a) [2 pt] Bepaal de richtingsafgeleide van f in het punt $(-1, 2)$, in de richting van de vector $(1, 1)$.
- (b) [2 pt] Bepaal een eenheidsvector \mathbf{v} waarvoor de richtingsafgeleide $D_{\mathbf{v}}f(-1, 2)$ maximaal is.
- (c) [3 pt] Bepaal m.b.v. de kettingregel $\frac{\partial f}{\partial t}$ als: $x = e^{st}$ en $y = (s + t)^2$.
5. [5 pt]
Bepaal de kritieke punten van de functie $f(x, y) = xy - x^2y - xy^2$, alsmede hun aard (locaal maximum, lokaal minimum, zadelpunt).
6. [4 pt]
Maak een duidelijke schets van het integratiegebied en bereken door verwisseling van integratie-volgorde $\int_0^1 \int_{-1}^{-y} \cos(x^2) dx dy$.

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten